

NOVI POSTUPAK ZA PARAMETRIZOVANU FREKVENCIJSKU ANALIZU KOLA ZASNOVAN NA GENERISANJU ANALITIČKIH IZRAZA

Srđan Đorđević, Predrag Petković, *Elektronski fakultet Niš*

Sadržaj - U radu je opisan novi metod za generisanje faktorizovanog izraza funkcije kola u simboličkom obliku koji je pogodan za parametarsku frekvencijsku analizu. Analitički izraz izveden je na osnovu poznate simboličke funkcije kola. Postupak se nadovezuje na metod za generisanje funkcije kola razvijen od istih autora. Glavna prednost predloženog postupka ogleda se u smanjenju broja aritmetičkih operacija. Pored toga, određivanje algebarskih izraza je jednostavno i brzo. U poređenju sa drugim metodima predložena tehnika se pokazala efikasnijom za više od jednog reda veličine izraženo u vremenu potrebnom za obavljanje parametarske analize.

1. UVOD

Simbolička analiza (SA) kola predstavlja postupak kojim se generiše funkcija kola u obliku algebarskog izraza u kome su parametri i kompleksna frekvencija kola prikazani simbolički.

Najznačajnija prepreka široj primeni SA je enorman porast broja sabiraka i činilaca u generisanom izrazu funkcije složenih kola, što ima za posledicu srazmerno povećanje vremena analize i zauzeća memorije.

Efikasnost SA složenih elektornskih kola može se povećati primenom aproksimacije analitičkih izraza i hijerarhijskom dekompozicijom. Hijerarhijska dekompozicija podrazumeva generisanje izraza funkcije kola u faktorizovanom obliku.

SA ima značajnu ulogu u projektovanju analognih integrisanih kola [1-7]. U primenama koje su vezane za parametarsku analizu rešenje se traži u generisanju funkcije kola u faktorizovanom obliku, koji je znatno kompaktniji u odnosu na razvijeni oblik [1], [2], [3]. Prednost ovog pristupa je tome što, sa povećanjem složenosti kola, broj aritmetičkih operacija potrebnih za izračunavanje vrednosti funkcije kola raste linearno a ne eksponencijalno.

Smatra se da je primena analitičkih izraza u višestrukoj analizi elektronskih kola efikasnija u odnosu na višestruku numeričku analizu [4]. S obzirom da SA ima dominantnu ulogu u analizi linearnih kola, najčešće se koristi za parametarsku frekvencijsku analizu kola (PFA). Višestruka frekvencijska analiza koristi se u postupku optimizacije kola, pri statističkoj analizi, testiranju itd.

Efikasnost metoda koji se koristi za generisanje faktorizovanog izraza ili niza izraza funkcije kola meri se brojem aritmetičkih operacija sadržanih u analitičkim izrazima kao i brojem jednačina (uvedenih simbola).

U ovom radu predlaže se originalni metod za ekstrakciju funkcije kola u obliku koji značajno povećava efikasnost PFA

Drugo poglavlje daje prikaz problema vezanih za PFA.

U trećem poglavlju opisan je novi postupak kojim se dobija skup izraza čija je namena višestruka frekvencijska analiza. Ovaj postupak je implementiran u simboličkom simulatoru SimsimC, koji je razvijen u laboratoriji za projektovanje elektronskih kola na elektronskom fakultetu u Nišu (LEDA) [6, 7].

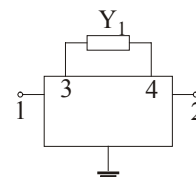
Prednosti predloženog metoda ilustrovane su na primeru koji je opisan u četvrtom poglavlju.

2 PARAMETRIZOVANA FREKVENCIJSKA ANALIZA

Standardni postupak za parametarsku analizu kola, primenom SA, zasniva se na formulaciji sistema jednačina u kome su kao simboli predstavljeni isključivo elementi u odnosu na koje se parametrizuje željena funkcija kola [5].

Ovaj postupak zahteva da se, pored napona spoljašnjih pristupa, spisku nezavisno promenljivih dodaju i potencijali čvorova za koje su vezani elementi kola predstavljeni simbolima. Dobijeni sistem jednačina predstavlja se u matricnom obliku takozvanom semisimboličkom matricom.

Brojne vrednosti matrice sistema jednačina dobijaju se analizom dela kola koji sačinjavaju elementi čije su brojne vrednosti zadate. Pri tome se čvorovi, za koje su vezani elementi po kojima se obavlja parametarska analiza, tretiraju kao spoljašnji priključci (spoljašnji čvorovi). U odnosu na skup spoljašnjih čvorova ovoga kola određuju se "y" parametri.



Slika 1 Principijska šema kola na osnovu koga se obavlja parametarska analiza po Y_1

Na slici 1 prikazana je principijelna šema na osnovu koje se obavlja parametarska analiza po jednom elementu kola, koji je označen sa Y_1 . Semisimbolička matrica ovog kola data je sa (1).

$$\begin{bmatrix} y_{11} & -y_{12} & -y_{13} & -y_{14} \\ -y_{21} & y_{22} & -y_{23} & -y_{24} \\ -y_{31} & -y_{32} & Y_1 + y_{33} & -Y_1 - y_{44} \\ -y_{41} & -y_{42} & -Y_1 - y_{43} & Y_1 + y_{44} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Rezultat analize je izraz za funkciju kola, koji se može predstaviti na sledeći način:

$$F(Y_1) = \frac{N(Y_1)}{D(Y_1)} = \frac{N_0 + N_1 Y_1}{D_0 + D_1 Y_1} \quad (2)$$

Ovakav pristup zahteva dodatne analize izdvojenih podkola, nakon generisanja izraza za funkciju kola. Pored toga, dobijeni rezultati se ne mogu upotrebiti za parametarsku analizu po nekim drugim parametrima kola.

Oblik funkcije kola u razvijenom obliku po kompleksnoj frekvenciji veoma je često potreban za potrebe višestruke analize ili uvida u ponašanje kola. Međutim većina metoda za određivanje funkcije kola u faktorizovanom obliku nema mogućnost da izdvoji pojedine izraze uz koeficijente funkcije kola.

Postupak prezentovan u radu [9] koristi dijagrame za određivanje determinanta (DDD), koji se zasnivaju na Laplasovom razvoju. Autori ovog postupka razradili su metod kojim se generišu koeficijenti prenosne funkcije u faktorizovanom obliku.

3. PFA ZASNOVANA NA GENERISANJU ANALITIČKIH IZRAZA

Simbolički simlator SimsimC generiše funkciju kola u faktorizovanom obliku kao i u razvijenom obliku [6, 7]. Koristi se modifikovani postupak za efikasno određivanje determinante rastresite matrice, koji je inicijalno opisan u [8].

Primenom definicionog izraza nad determinantom matrice sistema jednačina brojioca ili imenioca dobija se izraz u obliku sume proizvoda elemenata matrice. Elementi matrice predstavljaju sume doprinosa pojedinih elemenata kola.

Da bi se omogućila efikasna PFA potrebno je reformulisati analitičke izraze za funkciju kola kako bi se maksimalno redukovao broj matematičkih operacija tokom parametarske analize. U ovu svrhu predlaže se originalni postupak koji se zasniva na činjenici da u kanoničnom izrazu funkcije kola ni u jednom od sabiraka ne postoje dva ili više istih činilaca.

Sabirci u polinomu determinante, brojioca ili imenioca funkcije kola, koji sadrže više činilaca sa istim simboličkim sadržajem se eliminišu. Nakon toga, od preostalih sabiraka formira se faktorizovani izraz, čijim se razvojem po parametrima kola dobijaju svi sabirci koji ispunjavaju uslov da ne sadrže više jednakih činilaca.

U toku generisanja faktorizovanog izraza funkcije kola formira se dinamička struktura podataka čiji elementi opisuju pojedine analitičke izraze. Nakon generisanja kompletnog izraza funkcije kola, poznat je broj promenljivih u skupu izraza. Ovaj podatak omogućava da se u operativnoj memoriji rezerviše nizovni tip podataka čiji su elementi brojne vrednosti pojedinih ključeva (simbola). Svakom od simbola pridružen je indeks koji predstavlja adresu memorijske lokacije na kojoj je trenutna brojna vrednost dodeljena tom simbolu. Zavisno od ulaznih podataka, menja se i sadržaj memorijskih lokacija ovog vektora.

Opisu promenljivih pridodaje se podatak koji predstavlja logičku vrednost čiji sadržaj određuje da li vrednost promenljive zavisi od određenog parametra ili ne.

Prilikom generisanja funkcije kola svakom novom ključu (promenljivoj) pridružuje se odgovarajući izraz. Ove analitičke funkcije predstavljaju sumu proizvoda prethodno uvedenih promenljivih i mogu se izraziti na sledeći način:

$$y_k = p_k \quad \text{za } k=1, \dots, np.$$

$$y_k = \sum_{i=1}^{ns} s_i = \sum_{i=1}^{ns} \left(\prod_{j=1}^{nc} x_{i,j}^k \right) \quad \text{za } k=np+1, \dots, nk.$$

$$x_{i,j}^k = y_m \quad m < k \quad (3)$$

gde je: ns je broj sabiraka, nc broj činilaca, nk -broj ključeva, np - broj parametara, p parametri kola, $x_{i,j}^k$ kao i y_k ključevi.

Faktorizacija izraza izvršena je tako da se nikada ne javlja proizvod više činilaca koji su istovremeno funkcije od istog parametra. Praktično sve promenljive mogu da se izraze u funkciji od parametra p na sledeći način:

$$y_k = py_{k1} + y_{k0} \quad y_{k1} = \frac{\partial y_k}{\partial p} \quad (4)$$

Imajući ovo u vidu, svi ključevi mogu, u odnosu na zadati parametar p , da se podele na dva skupa: K_0 koji čine ključevi koji ne zavise i K_1 koji čine ključevi koji zavise od vrednosti parametra p . Ovo se može predstaviti sledećim izrazom:

$$\begin{aligned} (\exists x_{i,j}^k \in X_k) \quad x_{i,j}^k = f(p) &\Rightarrow y_k \in K_1 \\ (\forall x_{i,j}^k \in X_k) \quad x_{i,j}^k \neq f(p) &\Rightarrow y_k \in K_0 \end{aligned} \quad (5)$$

gde je X_k je skup činilaca koji se javljaju u izrazu (ključu) y_k .

Nadalje sve sabirke dobijenog izraza delimo u dva skupa: one koji su funkcija od parametra Y_k^1 i one koji nisu zavisni od parametra Y_k^1 , tako da se može napisati:

$$(\exists x_{i,j}^k \in S_i) \quad \begin{cases} x_{i,j}^k = f(p) \Rightarrow s_i \in S_1 \\ x_{i,j}^k \neq f(p) \Rightarrow s_i \in S_0 \end{cases} \quad (6)$$

Polazeći od (4), za sve ključeve koji pripadaju skupu K_1 na kraju se dobija:

$$\begin{aligned} y_{k1} &= \sum_{si \in S_1} \left(\prod_{j=1}^{nk} C_1(i, j) \right) \\ y_{k0} &= \sum_{si \in S_0} \left(\prod_{j=1}^{nk} x_{i,j}^k \right) + \sum_{si \in S_1} \left(\prod_{j=1}^{nk} C_0(i, j) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

gde je:

$$x_{i,j}^k = p \cdot x_{i,j}^{k1} + x_{i,j}^{k0} \quad \text{za } x_{i,j}^k \in K_1, \quad C_0(i, j) = \begin{cases} x_{i,j}^k & x_{i,j}^k \in K_0 \\ x_{i,j}^{k0} & x_{i,j}^k \in K_1 \end{cases} \quad \text{i}$$

$$C_1(i, j) = \begin{cases} x_{i,j}^k & x_{i,j}^k \in K_0 \\ x_{i,j}^{k1} & x_{i,j}^k \in K_1 \end{cases}$$

Imajući u vidu (4), sledi da je u svakom od sabiraka izraza bilo kojeg ključa najviše jedan činilac koji je funkcija od p . Dalje se može zaključiti da za proizvoljan sabirak s_i u izrazu za ključ sa indeksom k važi sledeća relacija:

$$\frac{\prod_{j=1}^{nk} C_1(i, j)}{\prod_{j=1}^{nk} C_0(i, j)} = \frac{x_m^{k1}}{x_m^{k0}} \quad \text{za } x_m^{k0} \neq 0, \quad (8)$$

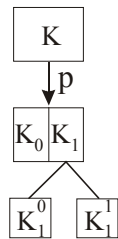
gde je x_m jedina promenjiva koja je zavisna od parametra p u posmatranom sabirku.

Na osnovu (7) i (8) procenjuje se broj aritmetičkih operacija potrebnih za sračunavanje izraza. S obzirom da je za svaki od ovih sabiraka potrebno uvesti po jedno dodatno množenje, očigledno da je u odnosu na početni faktorizovani izraz, broj množenja uvećan za broj sabiraka u ključevima koji su funkcije parametra.

U svakom slučaju ukupan broj operacija manji je u odnosu na broj potreban za dvostruko sračunavanje funkcije kola, koji bi imali ukoliko se N_0 (D_0) i N_1 (D_1) određuju na sledeći način:

$$\begin{aligned} N_0 &= N(p=0) \\ N_1 &= N(p=1) - N(p=0) \end{aligned} \quad (9)$$

Postupak za dobijanje analitičkih izraza pogodnih za PFA skiciran je na slici 2. Podela skupa ključeva, na one koji su zavisni (K_I) i one koji nisu zavisni (K_0) od parametra, izvršena je da bi se izbeglo višestruko izračunavanje onih ključeva čija vrednost ne zavisi od brojne vrednosti parametra.



Slika 2. Ilustracija podele ključeva

Za svaku od promenjivih iz skupa K_I formiraju se dva ključa, pri čemu jedan od njih zavisi i srazmeran je vrednosti p , a drugi nije funkcija od parametra. Na kraju analize dobijaju se N_0 , N_1 , D_0 , D_1 za zadatu vrednost frekvencije.

Konačno, koeficijenti funkcije kola mogu se izraziti na sledeći način:

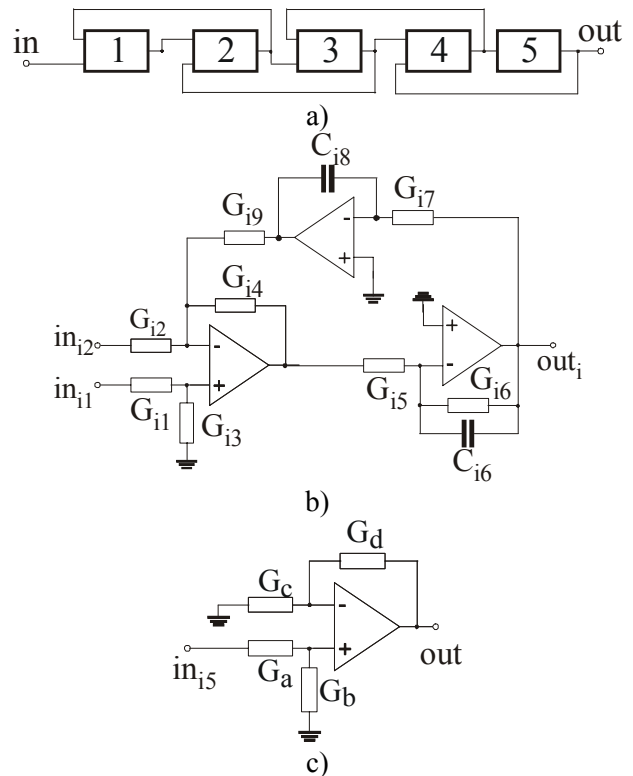
$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{n_0 + \dots + n_n s^n}{d_0 + \dots + d_m s^m} \\ n_i &= n_i' + p n_i'' \quad \text{za } i = 0, \dots, n \\ d_i &= d_i' + p d_i'' \quad \text{za } i = 0, \dots, m \end{aligned} \quad (10)$$

4. PRIMER

Postupak koji je opisan u radu primenjen je za parametarsku analizu aktivnog RC filtra propusnika opsega, koji se koristi kao jedno od referentnih kola za poređenje simboličkih simulatora [9]. Ovo kolo sadrži 48 elemenata i 33 čvora. Blok šema razmatranog kola prikazana je na slici 3.a. Blokovi 1-4 imaju identičnu topologiju a njihova električna šema prikazana je na slici 3.b dok je šema bloka 5 prikazana je na slici 3.c.

Metod je implementiran u simboličkom simulatoru SimsimC. Analitički izrazi koje generiše simulator su koeficijenti polinoma brojioca i imenioca funkcije kola po kompleksnoj učestanosti. Dobijene jednakosti su u faktorizovanom obliku. Simulator je interpretativnog

karaktera odnosno dobijeni analitički izrazi se ne kompajliraju nakon generisanja funkcije kola



Slika 3. Filtrar propusnik opsega

a) blok šema

b) električna šema blokova 1,2,3 i 4

c) električna šema bloka 5

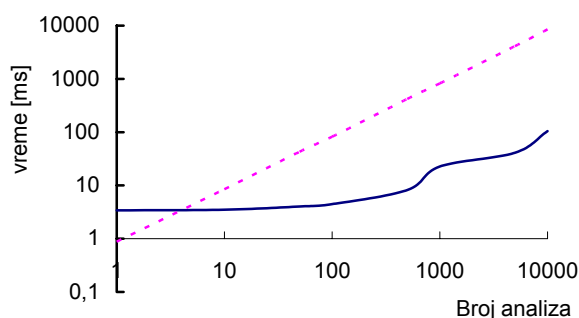
Kola je analizirano na računaru Pentium II 300 MHZ, 128 MB RAM. Ukupno vreme potrebno za određivanje faktorizovanih izraza koeficijenata naponskog pojačanja iznosilo je 1,21 s. Nakon završene analize dobijeni su izrazi koji potpuno opisuju zavisnost funkcije kola od parametara. Daljom obradom dobijenih rezultata mogu se odrediti osetljivosti ili izvršiti višestruka frekvencijska analiza u odnosu na proizvoljno izabrane parametre kola.

U primeru koji je ovde naveden razmatrara se uticaj promene proizvoljno izabranog elementa kola na naponsko pojačanje. Odabran je element G_4 . Algebarski izrazi koji opisuju funkciju kola, dele se u odnosu na ovaj parametar kola na one koji zavise i one koji nisu funkcije od njegove vrednosti. Nakon podele izraza (ključeva) obavlja se višestruka uzastopna analiza za zadati skup vrednosti parametra.

Primer naveden u radu ilustruje smanjenje vremena višestruke frekvencijske analize kola, koje se postiže razdvajanjem koeficijenata funkcije kola na deo koji nije zavistan i deo koji zavisi od razmatranog parametra. Ovaj postupak zahteva dodatnu obradu analitičkih izraza koeficijenata, koja se, međutim, obavlja samo jedanput.

Radi ilustracije efikasnosti metoda, izvršeno je poređenje vremena potrebnog da se obave analize kada je ovaj metod primenjen i kada se ne primenjuje. Razlika u vremenu analize kola postoji samo u procesu određivanja koeficijenata funkcije kola za zadate vrednosti parametra. S

obzirom na tu činjenicu mereno je samo vreme trajanja određivanja brojnih vrednosti koeficijenata iz algebarskih izraza.



Slika 4. Zavisnost vremena potrebnog za izračunavanje koeficijenata naponskog pojačanja u funkciji od broja analiza

Slika 4 prikazuje zavisnost vremena potrebnog za sračunavanje koeficijenata naponskog pojačanja u funkciji od broja analiza, odnosno broja zadatih vrednosti parametra. Na istom dijagramu prikazano je vreme potrebno da se odrede brojne vrednosti koeficijenta funkcije kola kada se njihova vrednost određuje primenom izraza (10) (puna linija) i bez dodatne obrade faktorizovanih izraza koeficijenata (isprekidana linija).

Frekvencijska karakteristika funkcije kola dobija se nakon zamene brojnih vrednosti frekvencija u algebarskom izrazu funkcije kola, koji odgovara jednoj vrednosti parametra. S obzirom da se u oba razmatrana slučaja ovaj postupak obavlja na identičan način, odnosno traje isti vremenski interval, to vreme nije razmatrano.

Primer dokazuje da dodatno vreme neophodno za obradu simboličkih izraza koeficijenata na opisani način, neznatno uvećava ukupno vreme parametarske analize samo pri veoma malom broju analiza (manje od 5). Ovo vreme iznosi svega oko 2,5 ms. Sa daljim povećanjem broja analiza očigledno je da je predloženi metod efikasniji za više od jednog reda veličine, mereno u vremenu neophodnom za celokupnu analizu. Radi bolje preglednosti dijagrama obe ose prikazane su u logaritamskoj razmeri.

5. ZAKLJUČAK

Rad daje prikaz postupka za generisanje analitičkih izraza pogodnih za višestruku parametrizovanu frekvencijsku analizu kola. Postupak nije zasnovan na dodatnim analizama kola već se iz ranije generisanog izraz za funkciju kola transformiše u pogodniji oblik.

Prednost ovakvog pristupa je jasna kada se ima u vidu da je izbegnuta dodatna obrada algebarskih izraza radi smanjenja broja aritmetičkih operacija koja iziskuje dodatno vreme.

Opisani metod primenjuje se polazeći od faktorizovanog izraza funkcije kola koji se dobija originalnim postupkom primenjenim u simboličkom simulatoru SimsimC. Najbitnije svojstvo ovog postupka je u ideji da se unapred eliminišu svi sabirci, dobijeni rešavanjem determinante, za koje se unapred zna da se potiru u kasnijoj fazi. Pored toga što se dobija veoma kompaktan oblik izraza funkcije kola, njegova prednost ogleda se i u tome što se brzo i sa malim brojem

računskih operacija mogu odrediti osetljivosti na promene parametara kola. Analitički izraz za koeficijent osetljivosti odziva na proizvoljan parametar kola izdvaja se iz postojećeg izraza za funkciju kola. Pri tome je obezbeđeno da je broj aritmetičkih operacija u izrazima za koeficijente osetljivosti optimizovan. U poredjenju sa klasičnim načinom parametarske analize metod pokazuje ubrzanje od skoro dva reda veličine.

6. LITERATURA

- [1] M.Hassoun and P-M. Lin, "An efficient partitioning algorithm for large-scale circuits," in *IEEE Int. Symp. Circuits Syst.*, New Orleans, pp. 2405-2408, May 1990.
- [2] A. Konczykowska and J. Strzyk, "Computer analysis of large signal flowgraphs by hierarchical decomposition method," in *Proc. European Conf. Circuit Theory Design*, (Warsaw, Poland), 1980, pp. 408-413.
- [3] E. Wehrhanh, "Symbolic Analysis of Large Linear Circuits with the Bilinear-Splitting Transformation", *Proc. ISCAS'95*, Seattle, pp.2079-2082, April 1995.
- [4] J. Lee and R. Rohrer, "AWESymbolic: Compiled analysis of linear(ized) circuits using Asymptotic Waveform Evaluation," in *Proc. DAC*, 1992, pp. 213-218.
- [5] R. Dmytryshyn, A. Kubaszek, "Sequence of expressions generation for the repetitive analysis acceleration," *Proc. SMACD '98*, pp. 154-159, 1998.
- [6] S. Đordjević, *Novi hijerarhijski pristup simboličkoj analizi složenih elektronskih kola*, Magistarska teza, Elektronski fakultet Niš, Jun 2001.
- [7] P. Petković, V. Živković, "Symbolic Approximation in Analog Circuit Design", *18th International Spring Seminar on Semiconductor and Hybrid Technologies*, Vol. 12, No. 1, Sozopol, Bulgaria, pp. 275-284, 1996
- [8] A. Liberatore, S. Manetti, "SAPEC-a personal computer program for the symbolic analysis of electric circuits," *proc. ISCAS*, pp. 897-900, 1988.
- [9] G.Gielen, P. Wambaco, W. Sansen, "Symbolic analysis methods and applications for analog circuits: A tutorial overview", *Proc. of the IEEE* Vol. 82, No. 2, pp. 286-305, February 1994.

Abstract - This paper describes a new method for generation sequence of expressions suitable for efficient repetitive frequency analysis. The sequence is derived from known factorised expressions of network function. The procedure is related to the method for circuit function extraction developed by the same authors. The main benefit proposed procedure explores in decreased number of arithmetic operations. Besides, sequence generation is simple and fast. In comparison with other similar methods the proposed technique approved its efficiency in more then one order of magnitude.

NEW PROCEDURE FOR PARAMETRIC FREQUENCY ANALYSIS BASED ON GENERATION OF SEQUENCE OF EXPRESSIONS

Srđan Đorđević, Predrag Petković