Frekvencijska analiza pojačavača

Frekvencijske karakteristike

U kolu svakog pojačavača postoje reaktivni elementi koji mogu da budu posebne komponente ili parazitni parametri poluprovodničkih komponenata. Prenosna funkcija pojačavača T(jω), predstavlja zavisnost količinika izlazne i ulazne veličine od frekvencije.

$$\boxed{T\left(j\omega\right) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)}}$$

Prenosna funkcija pojačavača nam pruža informaciju o pojačanju i faznom pomeraju signala različitih frekvencija.

Frekvencijske karakteristike

U opštem slučaju prenosna funkcija je *kompleksna* veličina definisana *modulom* i *fazom*:

$$\boldsymbol{T}(j\omega) = \left|\boldsymbol{T}(j\omega)\right| e^{j\varphi(\omega)}$$

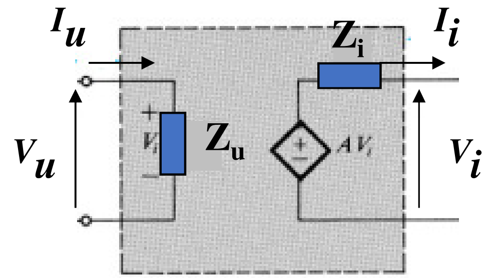
$$\left|T(j\omega)\right| = \left|\frac{V_i(j\omega)}{V_u(j\omega)}\right|$$ ampltiduska karakteristika

$$\arg\{T(j\omega)\} = \varphi(\omega)$$ fazna karakteristika

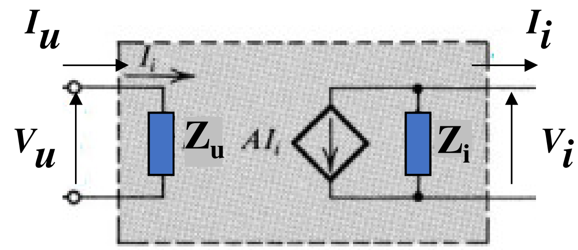
Frekvencijske karakteristike

Zavisno od tipa signala koji se pojačava $T(j\omega)$, može biti naponsko pojačanje A, strujno pojačanje A_s, transkonduktansa G_m, transrezistansa R_m .

$$T(j\omega) = A(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)};$$



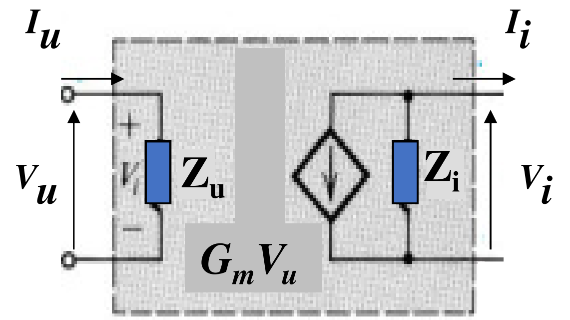
$$T(j\omega) = A_s(j\omega) = \frac{I_o(j\omega)}{I_i(j\omega)};$$



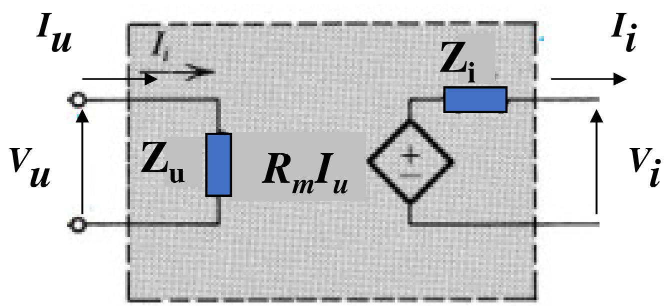
Frekvencijske karakteristike (veoma važno)

Zavisno od tipa signala koji se pojačava $T(j\omega)$, može biti A, A_s, G_m, R_m .

$$T(j\omega) = G_m(j\omega) = \frac{I_o(j\omega)}{V_i(j\omega)};$$



$$T(j\omega) = R_m(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{I_i(j\omega)};$$



Frekvencijske karakteristike

Izlazni signal = *Odziv* pojačavača na *prostoperiodični* pobudni signal frekvencije ω potpuno je definisan (znaju se njegov moduo i faza) ako je poznato $T(j\omega)$.

$$V_i(j\omega) = T(j\omega) \cdot V_u(j\omega)$$

Zato je važno znati kako se definišu, a i kako se mere *MODUO* i *FAZA (ARGUMENT)* prenosne funkcije.

Frekvencijske karakteristike

Po definiciji moduo i faza kompleksnog broja određuju se kao

$$\left|\boldsymbol{T}(j\omega)\right| = \sqrt{\mathrm{Re}\{\boldsymbol{T}(j\omega)\}^2 + \mathrm{Im}\{\boldsymbol{T}(j\omega)\}^2} = \sqrt{\boldsymbol{T}(j\omega)\cdot\boldsymbol{T}(-j\omega)};$$

$$\angle\boldsymbol{T}(\omega) = \varphi(\omega) = \boldsymbol{arctg}\left[\frac{\mathrm{Im}\{\boldsymbol{T}(j\omega)\}}{\mathrm{Re}\{\boldsymbol{T}(j\omega)\}}\right].$$

Za *analizu* ponašanja pojačavača u zavisnosti od frekvencije ω pogodniji je drugačiji pristup.

Frekvencijske karakteristike

Prenosna funkcija linearnog kola je racionalna funkcija po kompleksnoj učestanosti s (količnik dva polinoma po s).

$$\boxed{T(s) = \frac{N(s)}{D(s)}}$$

Ukoliko se brojilac i imenilac prenosne funkcije prikaže u obliku polinoma po pojedinim stepenima komplekse učestanosti onda je to razvijeni oblik prenosne funkcije.

$$\boxed{T(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + a_n s^n}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots + b_m s^m}}$$

Kada se brojilac i i menilac prenosne funkcije faktorišu dobija se faktorizovani oblik prenosne funkcije.

$$\boxed{T(s) = \frac{a_n (s - z_1)(s - z_2)\ldots(s - z_n)}{b_m (s - p_1)(s - p_2)\ldots(s - p_m)}}$$

Nule polinoma u brojiocu su **nule prenosne funkcije** (z1,...,zn). Nule prenosne funkcije mogu da budu realne ili konjugovano kompleksni parovi.

Nule polinoma u imeniocu se nazivaju **polovi prenosne funkcije** (p1,...,pn). Isto kao i nule mogu da budu realne ili se javljaju kao konjugovano kompleksni parovi.

Frekvencijske karakteristike

$$\boxed{T(s)=\frac{a_n(s-z_1)(s-z_2)...(s-z_n)}{b_m(s-p_1)(s-p_2)...(s-p_m)}}$$

Faktorizovani oblik prenosne funkcije može da bude prikazan i u zavisnosti od frekvencija nula ($\omega_{z1},...,\omega_{zN}$) i frekvencija nula ($\omega_{p1},...,\omega_{pN}$).

Ovde je prikazana situacija kada su svi polovi realni. U opštem slučaju to ne mora da važi. arovi.

$$T(s)=T_0\frac{\left(1+\frac{s}{\omega_{z1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{z2}}\right)\dots\left(1+\frac{s}{\omega_{zN}}\right)}{\left(1+\frac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\frac{s}{\omega_{p2}}\right)\dots\left(1+\frac{s}{\omega_{pN}}\right)}$$

Frekvencijske karakteristike

Moduo količnika polinoma *N(s)* i *D(s)* može se izračunati na osnovu sledećih izraza:

kada je funkcija poznata u razvijenom obliku

$$T(s)=\frac{a_0+a_1s+a_2s^2+\ldots+a_ns^n}{b_0+b_1s+b_2s^2+\ldots+b_ms^m}$$

$$\left|T(s)\right|=\sqrt{\frac{\mathrm{Re}\{N(s)\}^2+\mathrm{Im}\{N(s)\}^2}{\mathrm{Re}\{D(s)\}^2+\mathrm{Im}\{D(s)\}^2}}$$

kada je prenosna funkcija poznata u faktorisanom obliku

$$T(s)=\frac{a_n(s-z_1)(s-z_2)\ldots(s-z_n)}{b_m(s-p_1)(s-p_2)\ldots(s-p_m)}$$

$$\left|T(j\omega)\right|=\frac{a_n}{b_m}\sqrt{\frac{\prod_{i=1}^{n}(z_i{}^2+\omega^2)}{\prod_{i=1}^{m}(p_i{}^2+\omega^2)}};$$

Faza se može izračunati kao:

$$\varphi = \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{T(s)\}}{\operatorname{Re}\{T(s)\}}\right] = \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{N(s)\}}{\operatorname{Re}\{N(s)\}}\right] - \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{D(s)\}}{\operatorname{Re}\{D(s)\}}\right]$$

$$T(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \ldots + a_n s^n}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + \ldots + b_m s^m}$$

ili kao

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{s - z_i\}}{\operatorname{Re}\{s - z_i\}}\right] - \sum_{i=1}^{m} \operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{s - p_i\}}{\operatorname{Re}\{s - p_i\}}\right].$$

$$T(s) = \frac{a_n (s - z_1)(s - z_2)\ldots(s - z_n)}{b_m (s - p_1)(s - p_2)\ldots(s - p_m)}$$

Frekvencijske karakteristike (obnoviti iz matematike)

***Primer 2.0*: Odrediti moduo i fazu prenosne funkcije :**

$$T(s)=\frac{4s+s^2}{6+11s+6s^2+s^3}=\frac{s(4+s)}{(1+s)(2+s)(3+s)}$$

Rešenje : $T(j\omega)=\dfrac{-\omega^2+4j\omega}{(6-6\omega^2)+j(11\omega-\omega^3)}$

$$|T(s)|=\sqrt{\frac{\mathrm{Re}\{N(s)\}^2+\mathrm{Im}\{N(s)\}^2}{\mathrm{Re}\{D(s)\}^2+\mathrm{Im}\{D(s)\}^2}}=\sqrt{\frac{[-\omega^2]^2+[4\omega]^2}{[6-6\omega^2]^2+[11\omega-\omega^3]^2}}=\sqrt{\frac{\omega^2[16+\omega^2]}{(36+49\omega^2+14\omega^4+\omega^6)}}=$$

$$=\sqrt{\frac{\omega^2[16+\omega^2]}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)(9+\omega^2)}}$$

$$|T(s)|=\frac{a_n}{b_m}\sqrt{\frac{\prod_{i=1}^{n}(z_i^2+\omega^2)}{\prod_{i=1}^{m}(p_i^2+\omega^2)}}=\frac{1}{1}\sqrt{\frac{(0^2+\omega^2)(4^2+\omega^2)}{(1^2+\omega^2)(2^2+\omega^2)(3^2+\omega^2)}}=\sqrt{\frac{\omega^2[16+\omega^2]}{(1+\omega^2)(4+\omega^2)(9+\omega^2)}}$$

Dodatak

Frekvencijske karakteristike (obnoviti iz matematike)

***Primer 2.0*: Odrediti moduo i fazu prenosne funkcije :** $T(s)=\dfrac{4s+s^2}{6+11s+6s^2+s^3}=\dfrac{s(4+s)}{(1+s)(2+s)(3+s)}$

Rešenje (faza) : $T(j\omega)=\dfrac{-\omega^2+4j\omega}{(6-6\omega^2)+j(11\omega-\omega^3)}$

$$\varphi=\operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{N(s)\}}{\operatorname{Re}\{N(s)\}}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{D(s)\}}{\operatorname{Re}\{D(s)\}}\right]=\operatorname{arctg}\left[\frac{4\omega}{-\omega^2}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{(11\omega-\omega^3)}{6-6\omega^2}\right]$$

$$\varphi=\sum_{i=1}^{n}\operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{s-z_i\}}{\operatorname{Re}\{s-z_i\}}\right]-\sum_{i=1}^{n}\operatorname{arctg}\left[\frac{\operatorname{Im}\{s-p_i\}}{\operatorname{Re}\{s-p_i\}}\right]=$$

$$=\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{0}\right]+\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{4}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{1}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{2}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{3}\right]=$$

$$=\frac{\pi}{2}+\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{4}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{1}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{2}\right]-\operatorname{arctg}\left[\frac{\omega}{3}\right]$$

Frekvencijske karakteristike $|T(j\omega)|; \quad \angle T(j\omega).$

Grafička interpretacija **zavisnosti od frekvencije:**

- modula prenosne funkcije naziva se

AMPLITUDSKA KARAKTERISTIKA

- argumenta prenosne funkcije naziva se

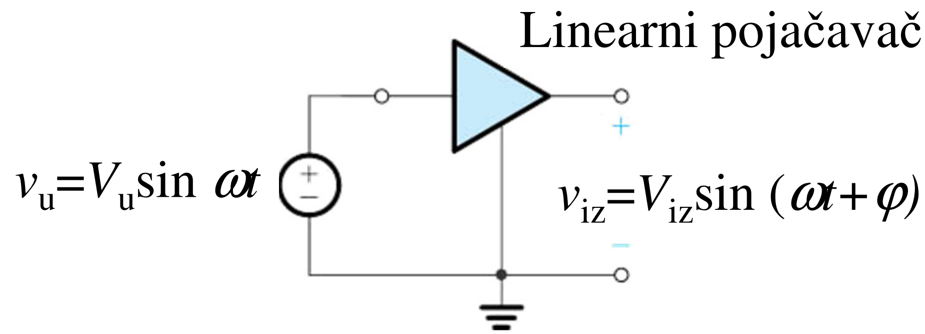
FAZNA KARAKTERISTIKA **pojačavača**

Zajedno, one predstavljaju

FREKVENCIJSKE KARAKTERISTIKE

pojačavača

Frekvencijske karakteristike
Važno je utvrditi kakve osobine mora da ima pojačavač da bi mogao da ispuni tražene zahteve

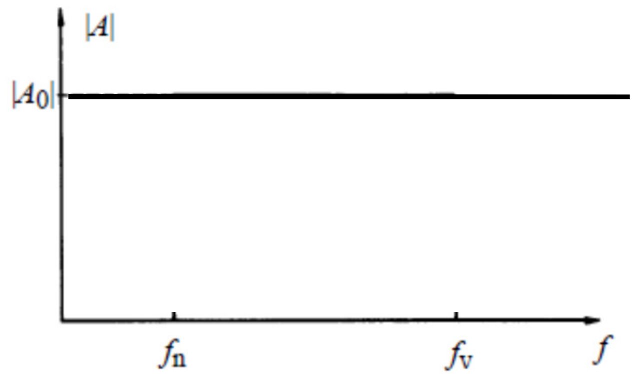


Na izlazu linearnog pojačavača pobuđenog prostoperiodičnim signalom javlja se signal istog oblika, A puta veće amplitude, iste frekvencije a pomerene faze (kasni).

Amplitudska karakteristika

Najpre ćemo definisati *idealnu* amplitudsku karakteristiku pojačavača i uporediti je sa *realnim* karakteristikama kojima ćemo se baviti kasnije tokom kursa.

Zahtev

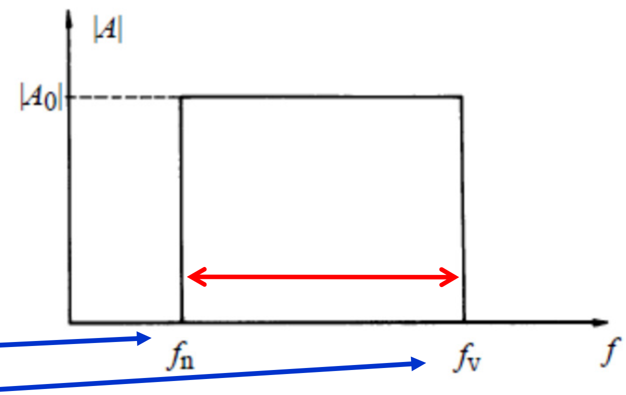


Konstantno pojačanje

To je nerealno

Zahtev: PODJEDNAKO POJAČATI odnosi se na sve *potrebne spektralne* komponente

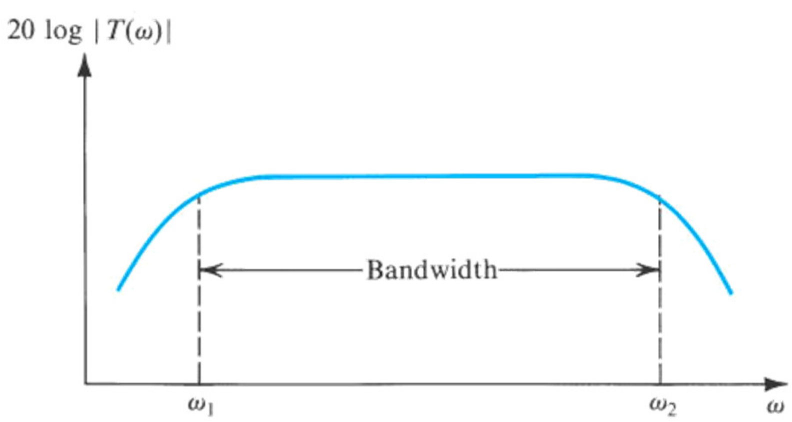
Amplitudska karakteristika



Konačni *propusni opseg* (*Band-Width*) omeđen je graničnim frekvencijama na niskim i visokim frekvencijama

$$BW=f_v-f_n$$

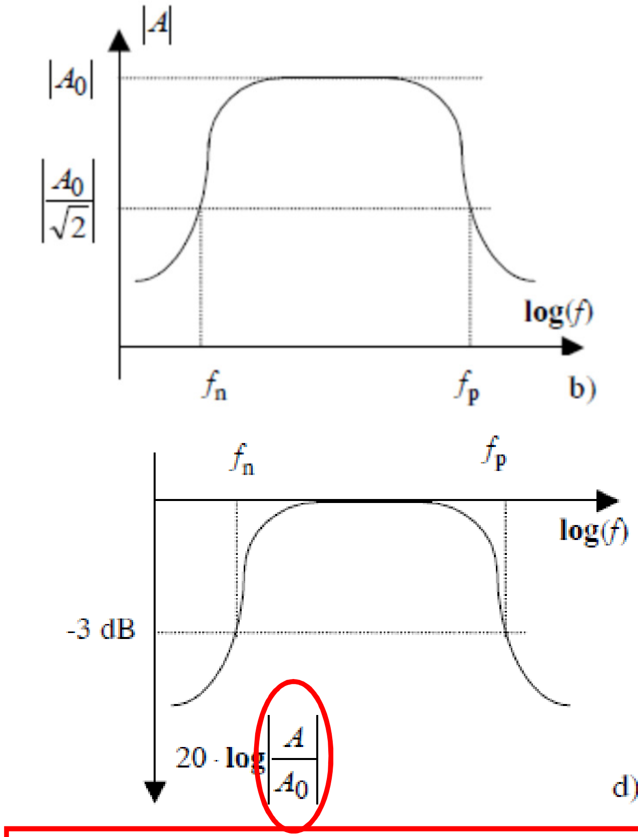
Amplitudska karakteristika realnog pojačavača



Amplitudska karakteristika
Realnog pojačavača

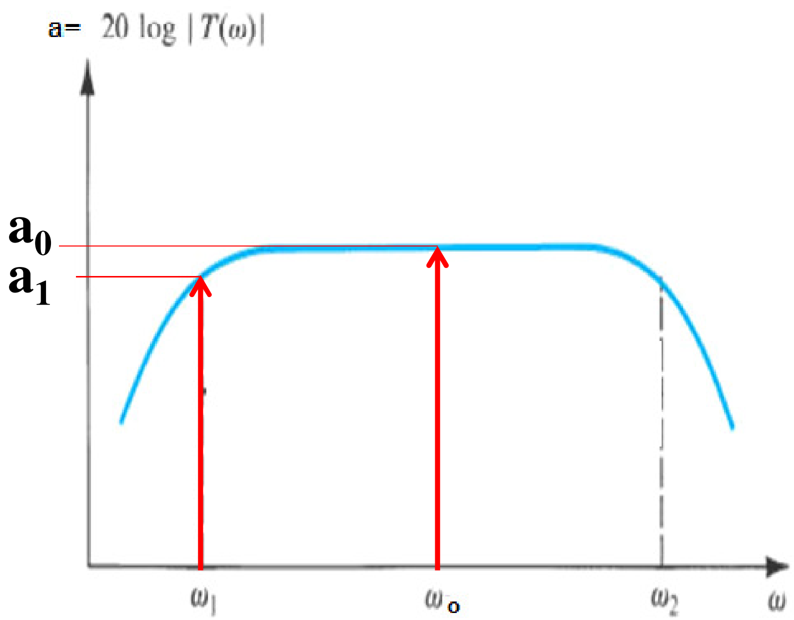
Granice propusnog opsega kod realnih pojačavača određuju se u tačkama u kojima ***snaga na izlazu opadne za ½ od nominalne***.

Granična frekvencija je frekvencija na kojoj napon ili struja na izlazu opadnu na $1/\sqrt{2}$ od nominalne vrednosti (smanje se za 3dB kada se razmatra logaritamska razmera).



Normalizovano pojačanje

Amplitudska karakteristika



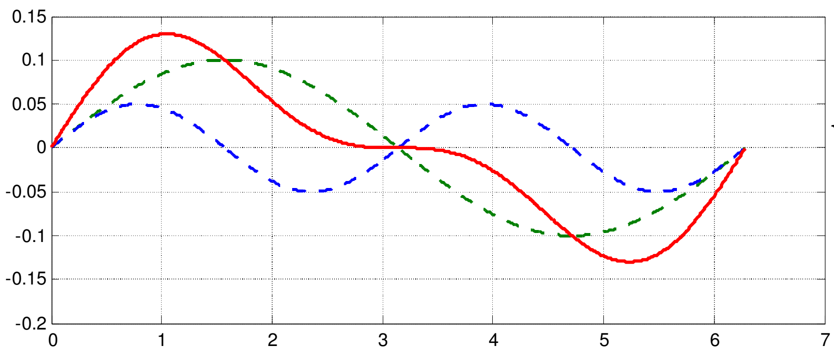
Amplitudska karakteristika realnog pojačavača nije konstantna.

To znači da signali različitih frekvencija neće biti podjednako pojačani.

Posledica?

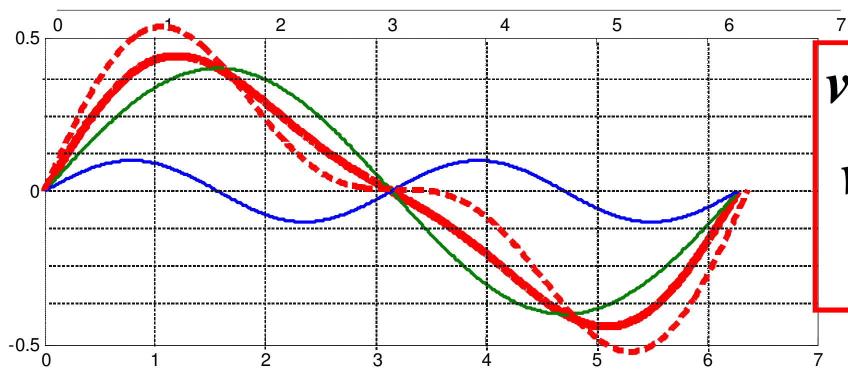
Linearna amplitudska izobličenja

Različito pojačanje na različitim frekvencijama



Ulazni signal

$$v_u(\omega t) = 0.1 \cdot \sin(\omega t) + 0.05 \cdot \sin(2\omega t)$$



Izlazni signal

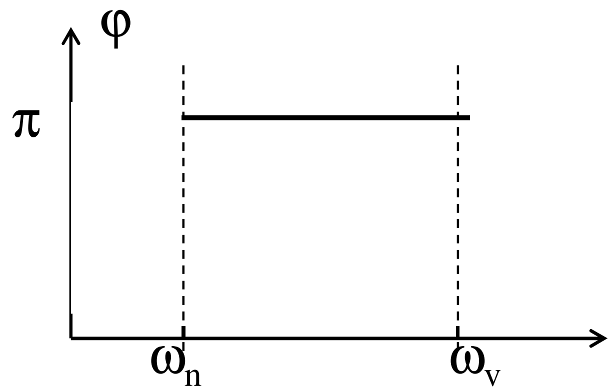
$$v_i(\omega t) = 4 \cdot v_u(\omega t) + 2 \cdot v_u(2\omega t)$$

$$v_i(\omega t) = 4 \cdot \left(0.1 \cdot \sin(\omega t)\right) + 2 \cdot \left(0.05 \cdot \sin(2\omega t)\right)$$

Na izalazu linearnog pojačavača koji različito pojačava signale različitih frekvencija javljaju se linearna amplitudska izobličenja.

Fazna karakteristika **(veoma važno)**

Idealna fazna karakteristika pojačavača:
faza nezavisna od frekvencije – konstantna
Zahtev Konstantna faza



To je nerealno

Zahtev: PODJEDNAKO ZAKASNITI odnosi se na sve *potrebne spektralne* komponente

Fazna karakteristika

Idealna fazna karakteristika pojačavača:

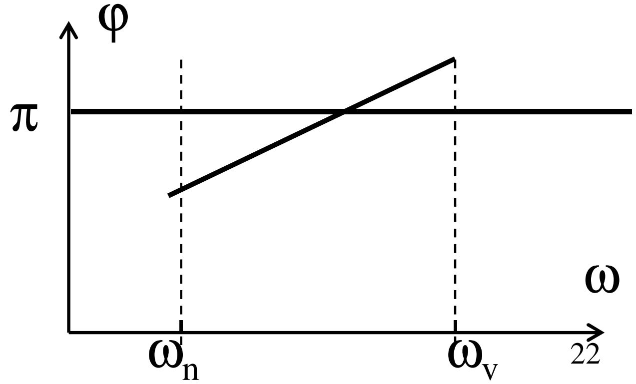
Konstantna faza ALI i LINEARNA zavisnost faze od frekvencije ne unosi fazna izobličenja

$$\phi(\omega) = \mathrm{k} \cdot \omega;$$

$$v_i(\omega \mathrm{t}) = V_{i1} \cdot \cos(\omega t) + V_{i2} \cdot \cos(2\omega t)$$

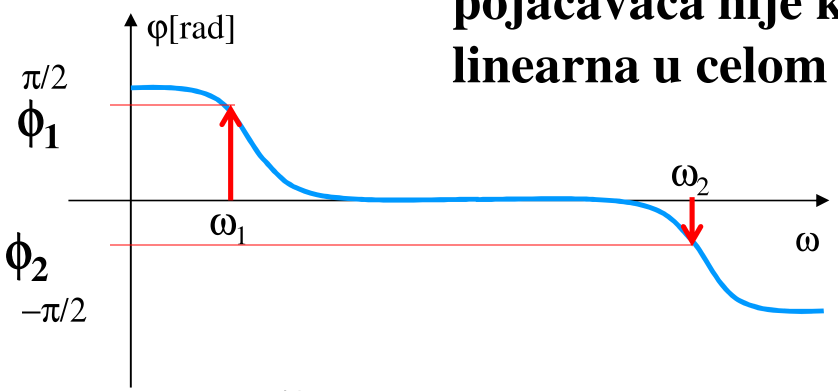
$$v_o(\omega \mathrm{t}) = \mathrm{A} \cdot (V_{i1} \cdot \cos(\omega t + \mathrm{k} \cdot \omega) + V_{i2} \cdot \cos(2\omega t + 2\mathrm{k} \cdot \omega)) =$$

$$= \mathrm{A} \cdot (V_{u1} \cdot \cos(\omega t + k\omega) + V_{u2} \cdot \cos 2\,(\omega t + \mathrm{k} \cdot \omega))$$



Realna fazna karakteristika

Fazna karakteristika realnog pojačavača nije konstantna ni linearna u celom opsegu.



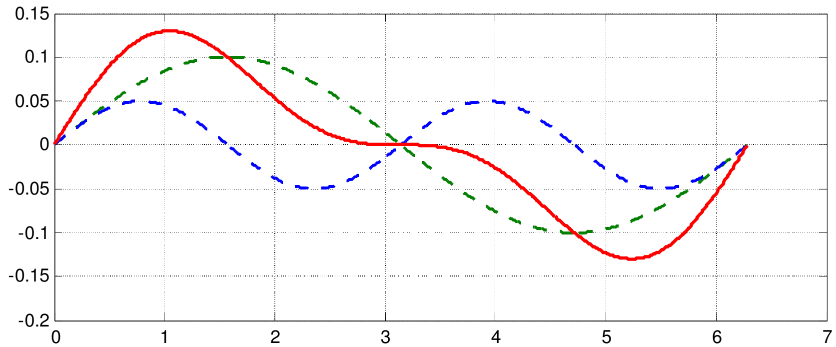
To znači da signali različitih frekvencija neće biti podjednako zakašnjeni.

Posledica?

Linearna fazna izobličenja

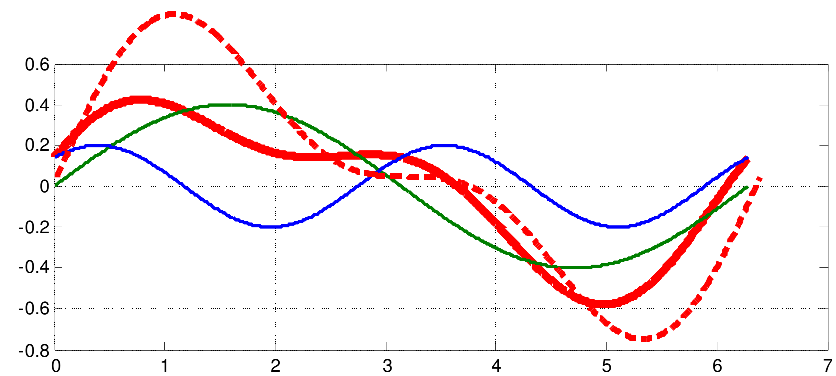
Frekvencijska analiza

Različito kašnjenje na različitim frekvencijama



Ulazni signal

$$v_i = 0.1 \cdot \sin(\omega t) + 0.05 \cdot \sin(2\omega t)$$



Izlazni signal

$$v_o = 4 \cdot (v_u(\omega \mathrm{t}) + v_u(2\omega \mathrm{t} + \pi/4))$$

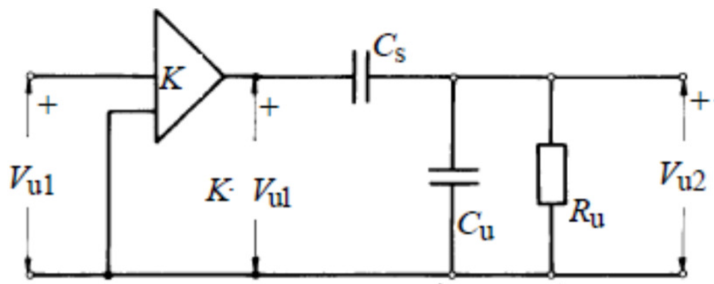
$$v_i = 4 \cdot (0.1 \cdot \sin(\omega \mathrm{t})) + 4 \cdot (0.05 \cdot \sin(2\omega \mathrm{t} + \pi/4))$$

Na izalazu linearnog pojačavača koji različito kasni signale različitih frekvencija javljaju se linearna fazna izobličenja.

Frekvencijske karakteristike

Zadatak: **Odrediti prenosnu funkciju kola sa slike.**

Za vežbu 2.2



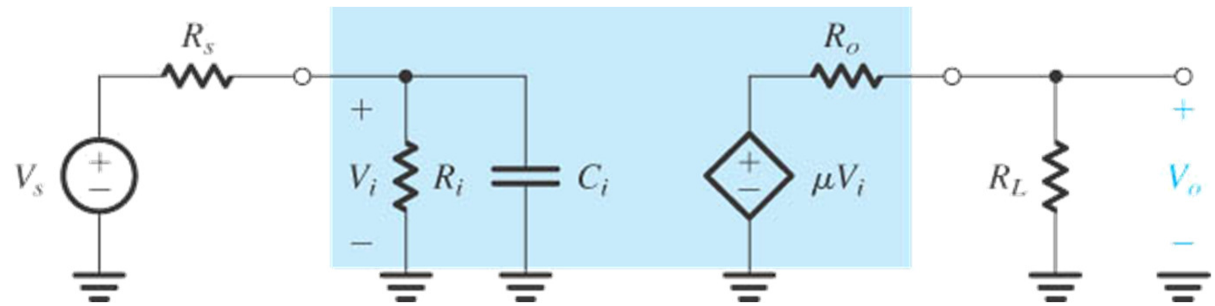
$$A_u = \frac{V_{u2}}{V_{u1}} = K\frac{j\omega R_u C_s}{1 + j\omega(R_u C_u + R_u C_s)}$$

$$= K\frac{C_s}{C_u + C_s}\frac{j\tau\omega}{1 + j\tau\omega} = A_0\frac{j\tau\omega}{1 + j\tau\omega}. \quad (3.1.35)$$

gde je ω kružna frekvencija, $\tau = R_u(C_u + C_s)$, a $A_0 = K \cdot C_s/(C_s + C_u)$.

Frekvencijske karakteristike

Zadatak: **Odrediti prenosnu funkciju (ukupno naponsko pojačanje) kola sa slike.**



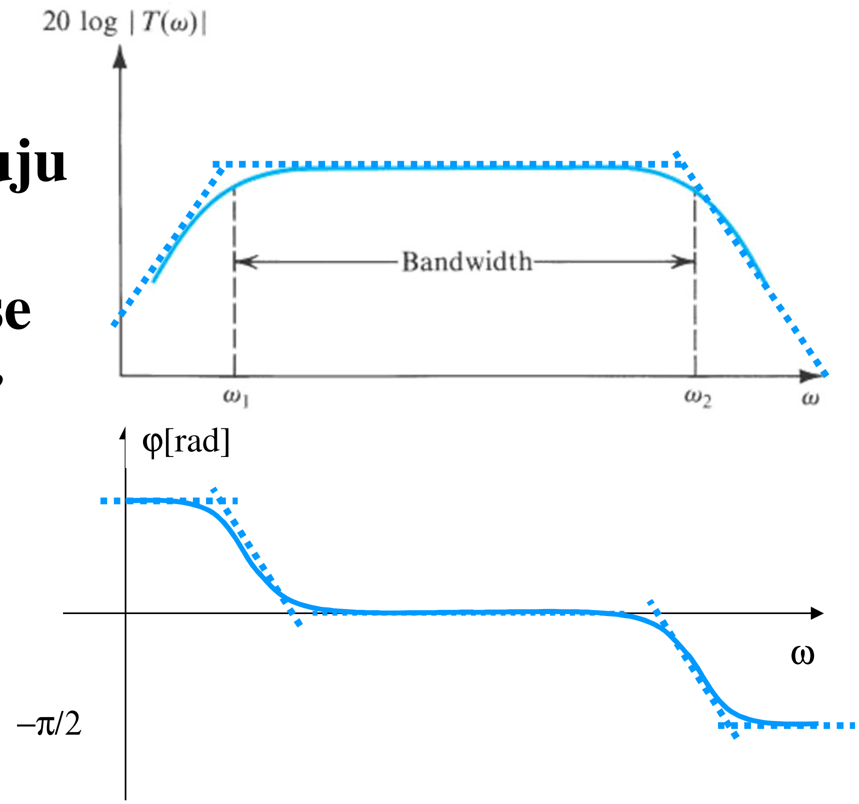
Ako je R_s=20k, R_i=100k, C_i=60pF, μ=144 V/V, R_o=200Ω i R_L=1k

a) Odrediti pojačanje pri ω=0rad/s (jednosmerno) (A=100 V/V)

b) Graničnu frekvenciju (3dB) ($\omega_o=10^6$ rad/s, f_o=159,2kHz)

c) Odrediti frekvenciju pri kojoj A padne na 0dB (10^8 rad/s)

Frekvencijske karakteristike realnog pojačavača



Dijagrami koji pojednostavljeno prikazuju amplitudsku i faznu karakteristiku nazivaju se ***asimptotske karakteristike*** **ili** ***Bodeovi dijagrami***

Hendrik Wade Bode
(1905–1982)

Bodeovi dijagrami

Ako su poznate nule i polovi funkcije prenosa, moguće je skicirati *asimptotski oblik* amplitudske i fazne karakteristike. Ovaj oblik prenosne funkcije naziva se asimptotska aprksimacija amplitudske karakteristike.

Za to je najpogodnije da se *T(s)* prikaže u obliku**:**

$$T(s) = A\frac{(1+s/z_1)(1+s/z_2)\ldots(1+s/z_n)}{(1+s/p_1)(1+s/p_2)\ldots(1+s/p_m)}$$

Frekvencijska analiza

Bodeovi dijagrami

P r i m e r

Nacrtati asimptotsku aproksimaciju amplitudske i faznu karakteristiku kompleksne funkcije

$$A(s) = A_0 \frac{\dfrac{s}{\omega_{z1}}}{\left(1+\dfrac{s}{\omega_{p1}}\right)\left(1+\dfrac{s}{\omega_{p2}}+\dfrac{s^2}{\omega_{p3}{}^2}\right)}$$

Pri čemu je $A_0 = -10^5$; $\omega_{z1} = \omega_{p1} = 100\,\text{rad/s}$; $\omega_{p3} = 10^4\,\text{rad/s}$.

<u>REŠENJE:</u>

Uvodimo oznake:

$$H_1(s) = A_0;\; H_2(s) = \frac{s}{\omega_{z1}};\; H_3(s) = 1+\frac{s}{\omega_{p1}};\; H_4(s) = 1+\frac{s}{\omega_{p2}}+\frac{s^2}{\omega_{p3}{}^2}$$

Frekvencijska analiza

Bodeovi dijagrami

Moduo kompleksne funkcije može da se predstavi kao:

$$\begin{aligned}|A(j\omega)|[dB] &= 20\log|A(j\omega)| \\ &= 20\log|H_1(j\omega)| + 20\log|H_2(j\omega)| - 20\log|H_3(j\omega)| - 20\log|H_4(j\omega)|\end{aligned}$$

Odnosno:

$$|A(j\omega)|[dB] = |H_1(j\omega)|[dB] + |H_2(j\omega)|[dB] - |H_3(j\omega)|[dB] - |H_4(j\omega)|[dB]$$

Dakle, u log/log razmeri, moduo kompleksne funkcije $A(s)$ dobija se kao zbir modula funkcija $H_i(s)$.

Može se pokazati da i za argumente važi:

$$\arg A(j\omega) = \arg H_1(j\omega) + \arg H_2(j\omega) - \arg H_3(j\omega) - \arg H_4(j\omega)$$

U nastavku ćemo analizirati moduo i fazu svake od funkcija ponaosob.

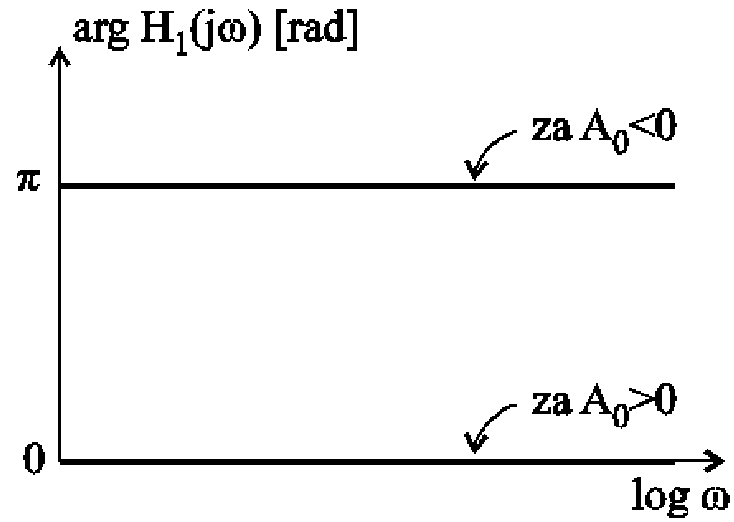
Frekvencijska analiza

Bodeovi dijagrami

a) Funkcija $H_1(s)=A_0$

$$|H_1(j\omega)|[dB]=20\log|A_0|=100dB$$

$$\arg H_1(j\omega)=\begin{cases}0 & \text{za } A_0>0\\ \pi & \text{za } A_0<0\end{cases}=\pi$$



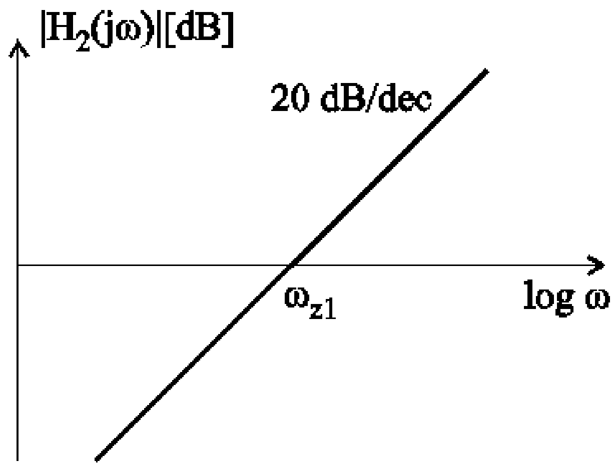
Bodeovi dijagrami

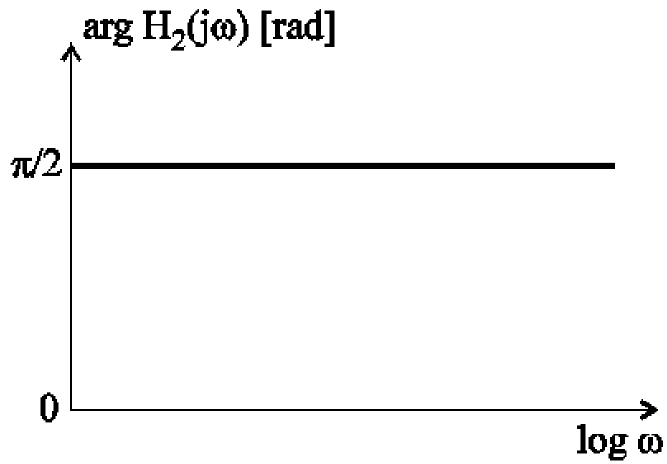
b) Funkcija $H_2(s)=\dfrac{s}{\omega_{z1}}$

$$|H_2(j\omega)|[dB]=20\log\frac{\omega}{\omega_{z1}}$$

Ovaj izraz može da se predstavi kao $|H_2(j\omega)|[dB]=20\log\omega-20\log\omega_{z1}$, i predstavlja jednačinu prave u log/log razmeri koja ima nulu za $\omega=\omega_{z1}$ i ima nagib od $20\,dB/dec$.

$$\arg H_2(j\omega)=\frac{\pi}{2}$$





Frekvencijska analiza

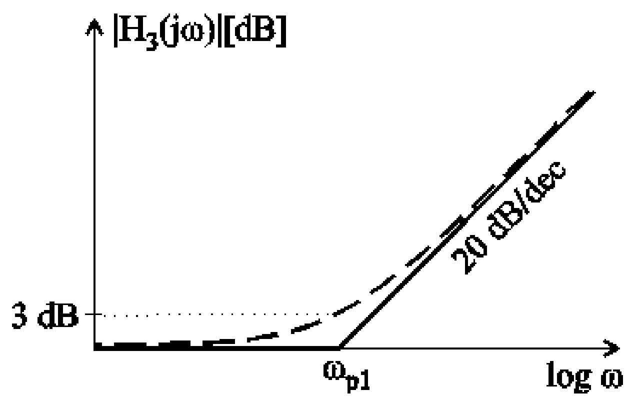
c) Funkcija $H_3(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p1}}$

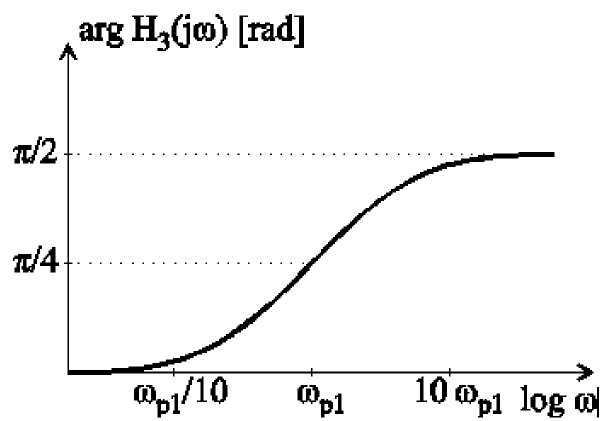
$$|H_3(j\omega)|[dB] = 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)^2} \qquad \arg H_3(j\omega) = \mathrm{arctg}\frac{\omega}{\omega_{p1}}$$

Ovu funkciju predstavićemo asimptotskom aproksimacijom, odnosno pravim linijama kojima ova funkcija asimptotski teži za $\omega \to 0$ i $\omega \to \infty$.

Za $\omega << \omega_{p1} \Rightarrow |H_3(j\omega)|[dB] = 0$

Za $\omega >> \omega_{p1} \Rightarrow |H_3(j\omega)|[dB] = 20\log\frac{\omega}{\omega_{p1}}$





Frekvencijska analiza

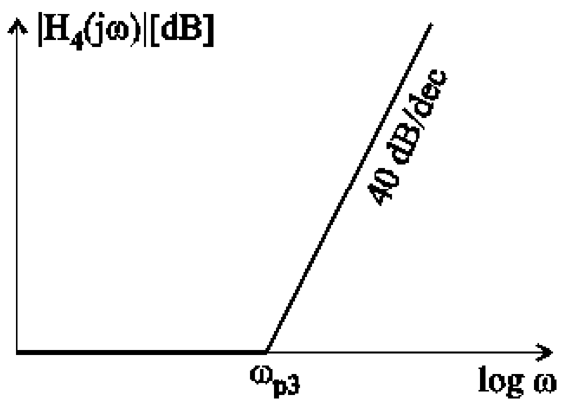
d) Funkcija $H_4(s) = 1 + \frac{s}{\omega_{p2}} + \frac{s^2}{\omega_{p3}{}^2}$

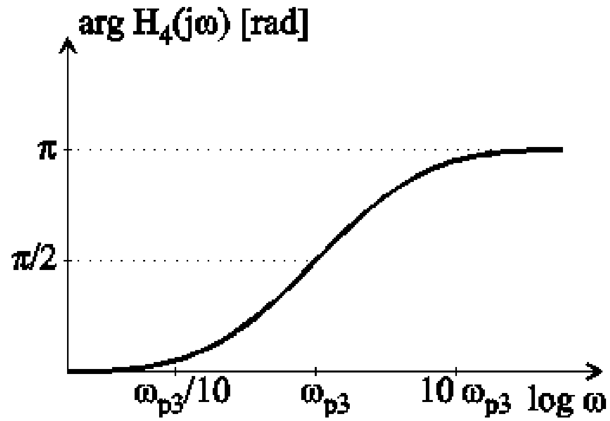
Ukoliko je potrebno analizirati funkciju ovog oblika, neophodno je proveriti da li ona ima realne nule. U tom slučaju ova funkcija se može rastaviti pri čemu se problem svodi na prethodni slučaj. U slučaju da ne postoje realne nule, analiza se obavlja na sledeći način:

$$H_4(j\omega) = 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{p3}{}^2} + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}$$

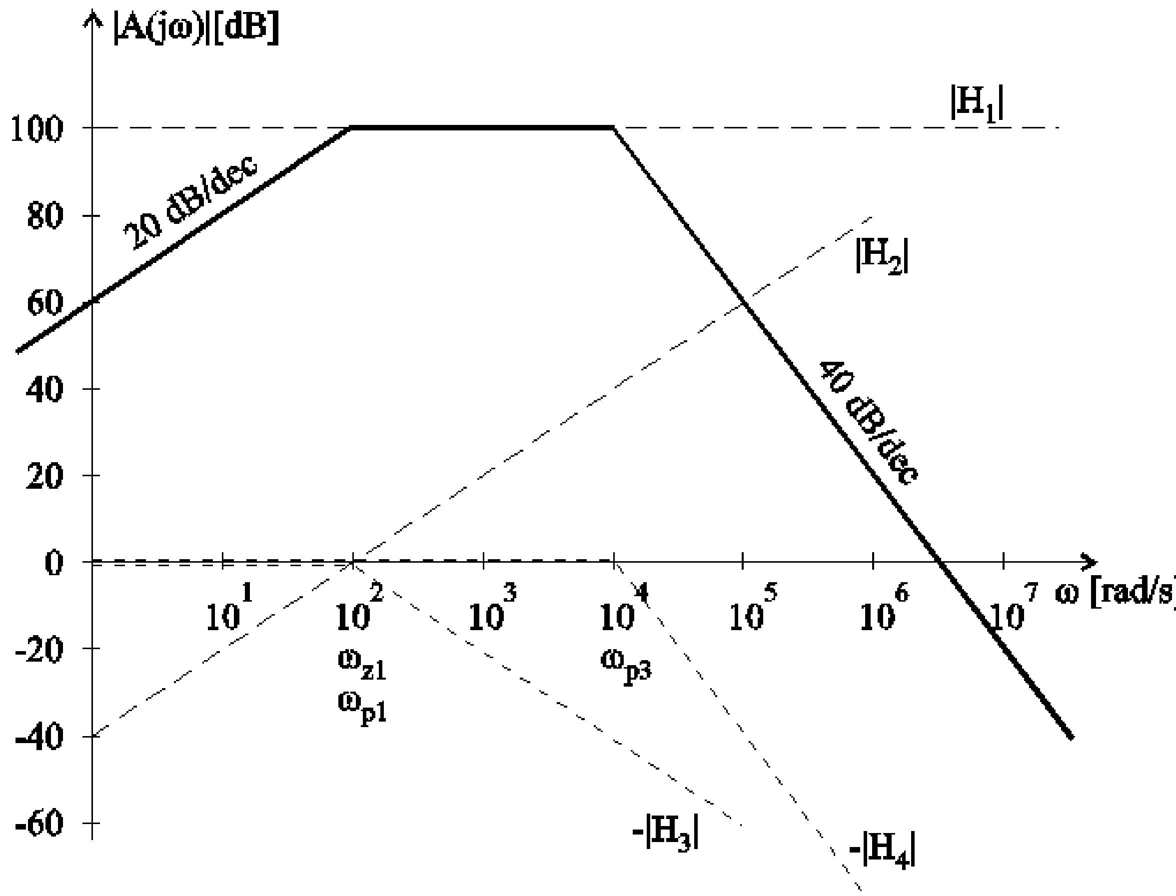
Za $\omega << \omega_{p2}, \omega_{p3} \Rightarrow H_4(j\omega) = 1 \Rightarrow |H_4(j\omega)|[dB] = 0$; $\arg H_4(j\omega) = 0$

Za $\omega >> \omega_{p2}, \omega_{p3} \Rightarrow H_4(j\omega) = -\frac{\omega^2}{\omega_{p3}{}^2} \Rightarrow |H_4(j\omega)|[dB] = 40 \log \frac{\omega}{\omega_{p3}}$; $\arg H_4(j\omega) = \pi$

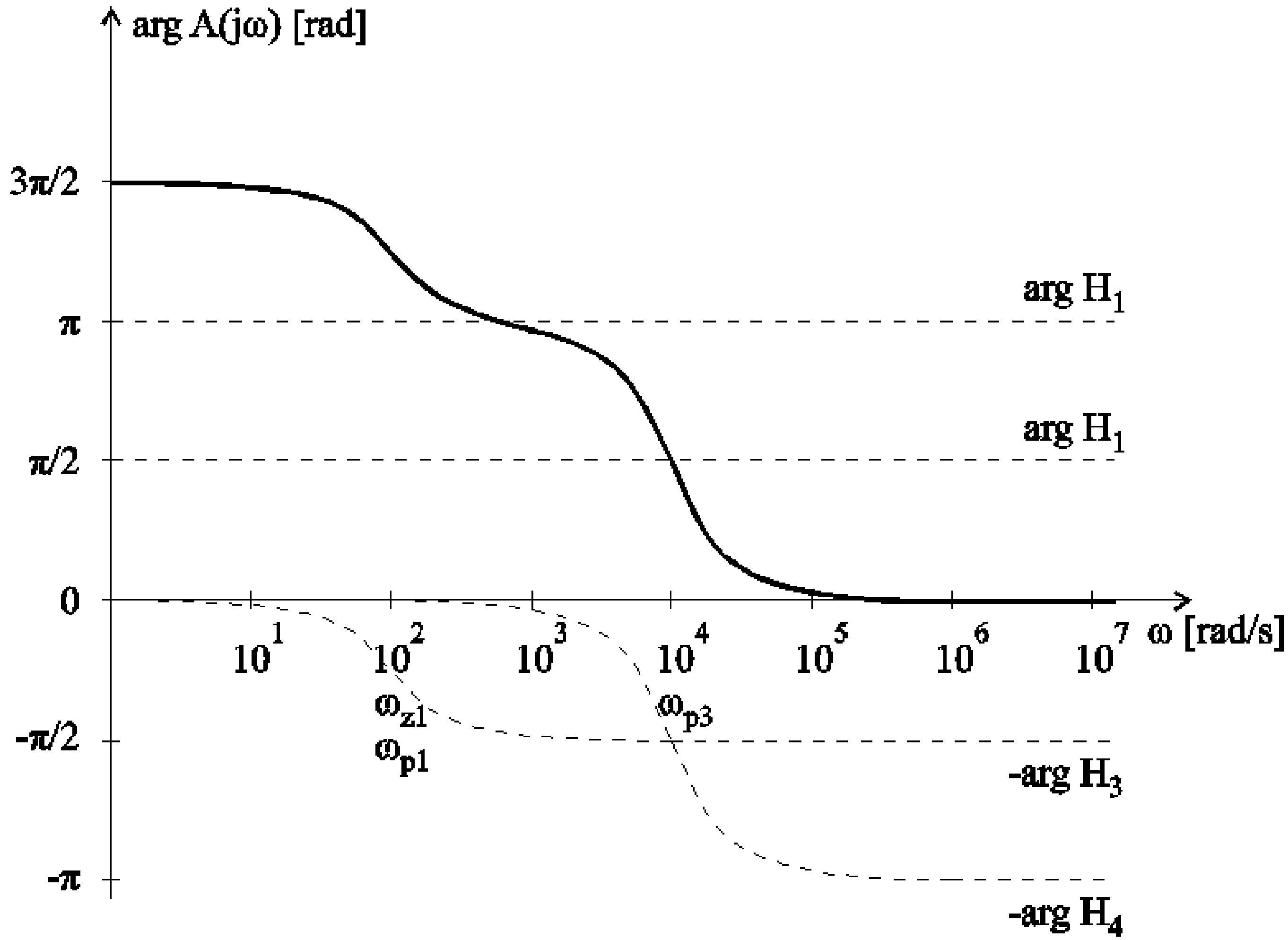




Frekvencijska analiza

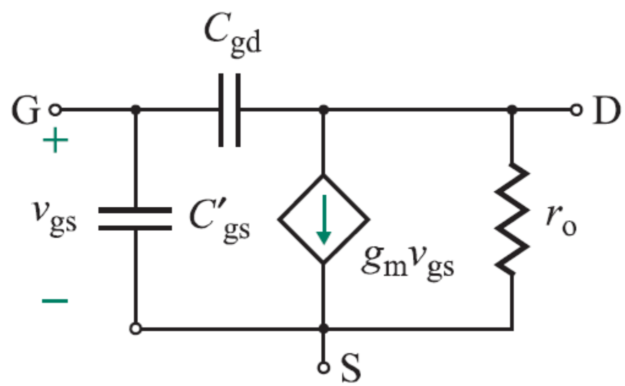


Frekvencijska analiza



VF model za MOSFET

Na slici je prikazan pojednostavljeni model MOSFET-a za visokofrekvncijsku analizu, koji uzima u obzir dve kapacitivnosti sa dominantnim uticajem.



Kapacitivnost C_{GD} nastaje usled preklapanja između područja gejta i drejna.

Kapacitvnost C_{GS} čine dve komponente, jedna komponenta nataje usled preklapanja područja gejta i sorsa. Druga komponenta kapacitvnosti C_{GS} predstavlja kapacitivnost između gejta i kanala i ona se može odrediti iz jednačine:

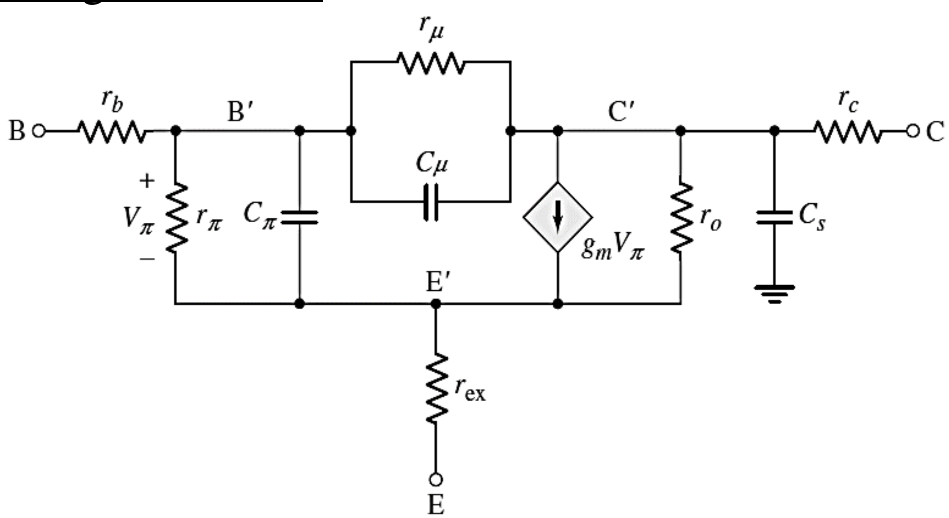
$$C_{GS} = \frac{2}{3} \cdot W \cdot \mathrm{L} \cdot C_{ox}$$

	MOSFETs
C_{ds}	0.1–1 pF
C_{gs}	1–10 pF
C_{gd}	1–10 pF
r_o	1–50 kΩ
g_m	0.1–20 mA/V

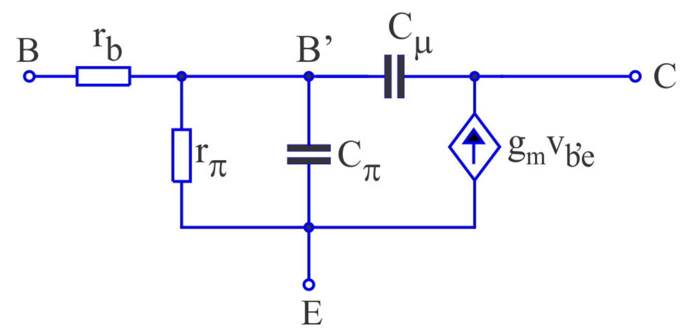
Frekvencijska analiza

Hibridni pi model bipolarnog tranzistora

C_π je difuziona kapacitvnost direktno polarisanog emitorskog pn spoja. Nastaje kao posledica variranja koncentracije manjinskih nosilaca naelektrisanja u području baze prilikom promene napona na emitorskom pn spoju. Kapacitvnost Cp je reda stotinak pF i linearno je srazmerna struji kolektora.



C_μ predstavlja kapacitivnost prostornog naelektrisanja inverzno polarisanog kolektorskog pn spoja. Vrednost ove kapacitivnosti kreće se od 2 pF do 10 pF. Ova kapacitivnos u određenoj meri zavisi od napona V_{CE}.

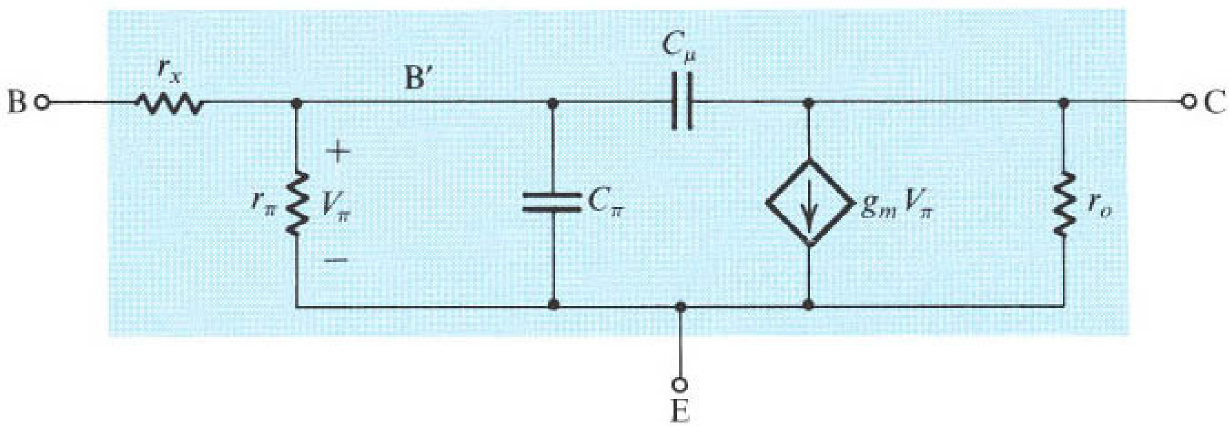


r_b je **otpornost tela baze**, koja modelira otpornost od sponjeg terminala baze do aktivne oblasti baze. Posledica je male koncentracije nosilaca u bazi. Ovaj parametar se često zanemaruje ali dolazi do izražaja na visokim frekvencijama. Vrednost r_b kreće se od nekoliko oma do 100 Ω.

g_m je **transkonduktansa**. Red veličine desetak mS.

r_π je **ulazna dinamička otpornost**. Red veličine kΩ.

VF model bipolarnog tranzistora



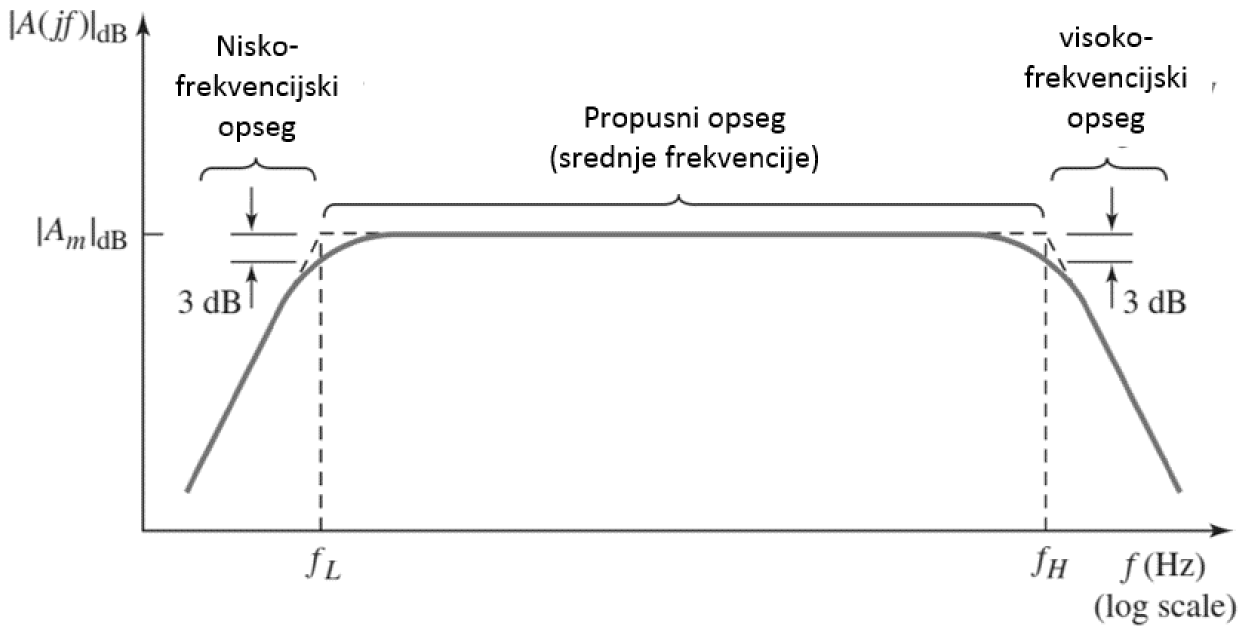
Kapacitivnost na emitorskom pn spoju, C_π, sadrži dve komponente:
- difuzionu kapacitivnost C_{de} i
- kapacitivnost prostornog naelektrisanja C_{je}.

Difuziona kapacitivnost je daleko veća tako da C_{je} može da se zanemari.

$$C_\pi = C_{de} + C_{je} = \tau_F \frac{I_C}{V_T} + \frac{C_{je0}}{\left(1 - \frac{V_{BE}}{V_{0E}}\right)^m} \qquad C_\mu = \frac{C_{\mu 0}}{\left(1 + \frac{V_{CB}}{V_{0C}}\right)^m}$$

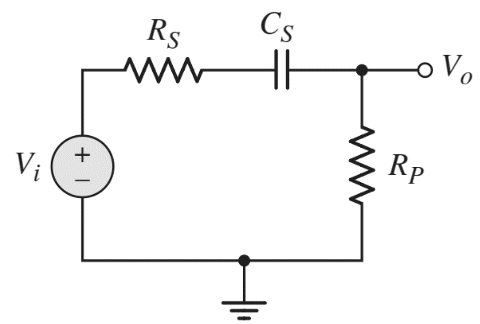
Frekvencijska analiza

Nisko-frekvencijski opseg obuhvata frekvencija na kojima dolaze do izražaja samo veće kapacitivnosti a to su kapacitivnosti kondenzatora za spregu između pojedinih pojačavačkih stepena.
Visoko-frekvencijski opseg obuhvata frekvencija na kojima se uzimaju u obzir samo male kapacitivnosti a to su parazitne kapacitivnosti poluprovodničkih elemenata.
Srednje frekvencijski opseg obuhvata frekvencija na kojima se svi kapaciteti mogu zanemariti. Sprežne kapacitivnosti se zanemaruju jer su im admitanse toliko velike da predstavljaju kratak spoj. Parazitne kapacitivnosti se zanemaruju jer im je admitansa suviše mala pa predstavljaju prekid.



RC kolo propusnik visokih frekvencija

Sprežne kapacitivnosti se nalaze u rednim granama, tako da se prilikom analize kola na niskom frekvencijama pojedini delovi kola mogu predstaviti kao RC kolo propusnik visokih frekvencija.



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{R_P}{R_S + R_P + \dfrac{1}{sC_S}}$$

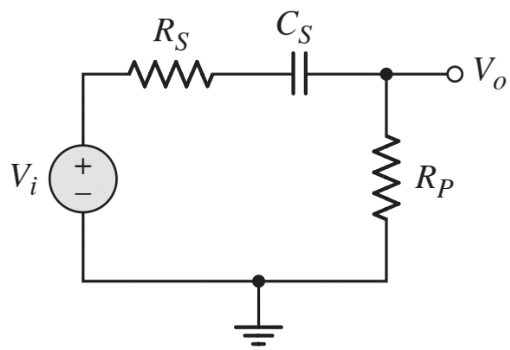
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{sR_PC_S}{1 + s(R_S + R_P)C_S}$$

$$T(j\omega) = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \left(\frac{R_P}{R_S + R_P}\right)\left[\frac{j\omega\tau_S}{1 + j\omega\tau_S}\right]$$

Frekvencijska analiza

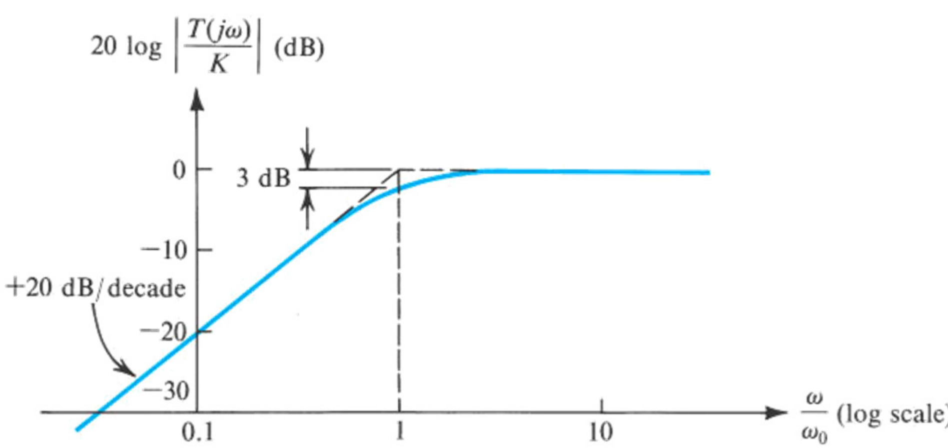
Moduo prenosne funkcije predstavlja amplitudsku karateristiku.

$$|T(j\omega)| = T_o \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_p}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$



Amplitudska karateristika se najčešće izražava u decibelima, odnosno u logaritamskoj razmeri.

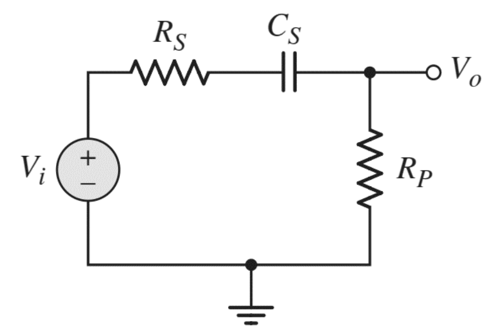
$$|T(j\omega)|[dB] = 20 \cdot log_{10}\left[T_o \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_p}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}\right]$$



(a)

Frekvencijska analiza

$$T(j\omega) = T_o \cdot \frac{j\frac{\omega}{\omega_p}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$

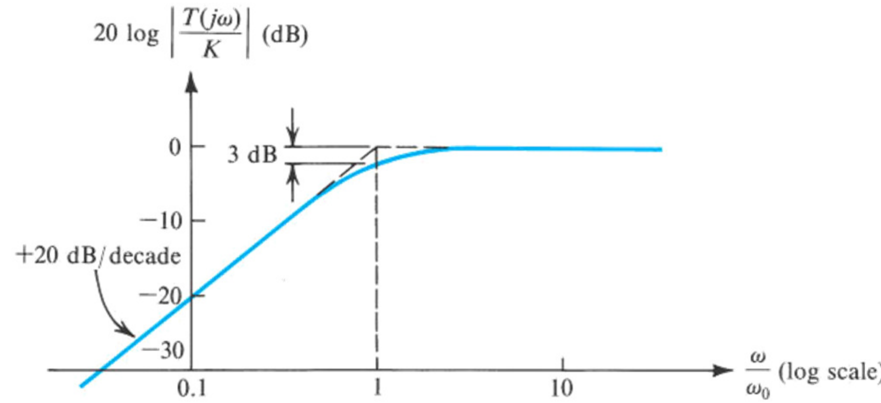


$$T_o = \frac{R_p}{R_p + R_s}$$

T_o je pojačanje na srednjim frekvencijama.

$$\omega_p = \frac{1}{\tau_s} = \frac{1}{(R_p + R_s) \cdot C_S}$$

ω_p je donja granična frekvencija



(a)

Vremenska konstanta RC kola se može direktno odrediti bez analize kola kao proizvod kapacitivnosti i ekvivalentne otpornosti između krajeva kondenzatora (kada se naponski generatori kratko spoje a strujni zamene prekidom).

Granična frekvencija je frekvencija na kojoj pojačanje opadne na 0,707 ($1/\sqrt{2}$) od vrednosti pojačanja na srednjim frekvencijama. Ukoliko se amplitude izražava u decibelima onda pojačanje na graničnoj frekvenciji opadne za 3 dB.

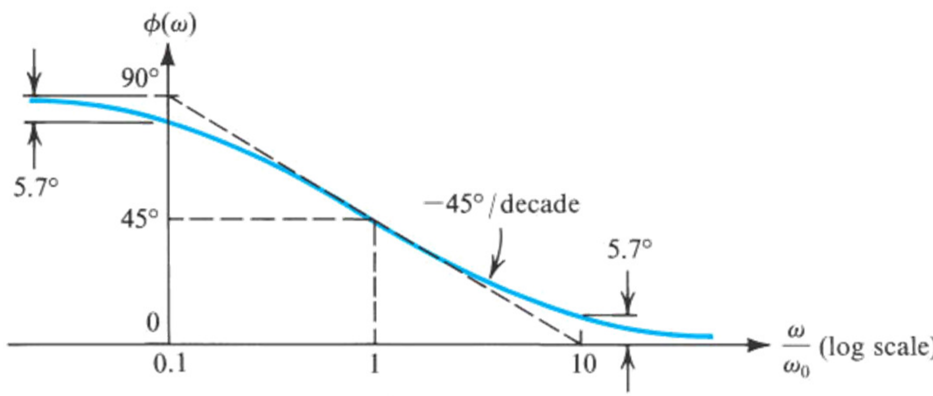
Frekvencijska analiza

Fazna karateristika je zavisnost argumenta naponskog pojačanja od frekvencije. Koristeći svojstva kompleksnih brojeva fazna karakteristika se može dobiti sabiranjem faznih karakteristika pojedinih činilaca u izrazu za naponsko pojačanje.

$$T(j\omega) = T_o \cdot \frac{j\dfrac{\omega}{\omega_p}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}}$$

$$\arg\{T(j\omega)\} = \arg\left\{j\frac{\omega}{\omega_p}\right\} - arg\left\{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}\right\}$$

$$\arg\{T(j\omega)\} = 90^0 - arctan\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)$$

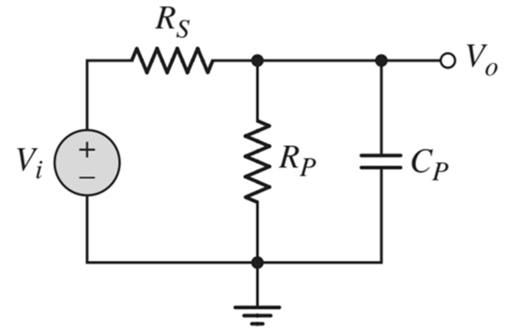


(b)

Frekvencijska analiza

RC kolo propusnik visokih frekvencija

Parazitne kapacitvnosti se nalaze u paralelnim granama. Prilikom analize kola na visokim frekvencijama pojedini delovi kola mogu se anlizirati kao RC kolo propusnik visokih frekvencija.



$$\frac{V_o - V_i}{R_S} + \frac{V_o}{R_P} + \frac{V_o}{(1/sC_P)} = 0$$

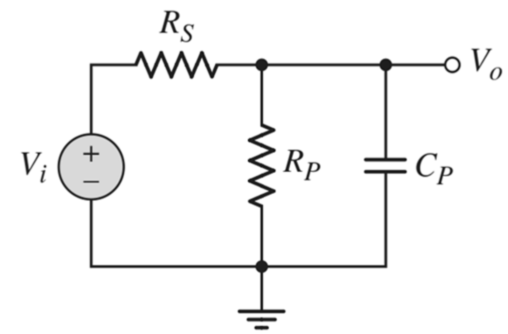
$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \left(\frac{R_P}{R_S + R_P}\right)\left[\frac{1}{1 + s\left(\frac{R_S R_P}{R_S + R_P}\right)C_P}\right]$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \left(\frac{R_P}{R_S + R_P}\right)\left[\frac{1}{1 + s(R_S \| R_P)C_P}\right] = K\left(\frac{1}{1 + s\tau_P}\right)$$

Frekvencijska analiza

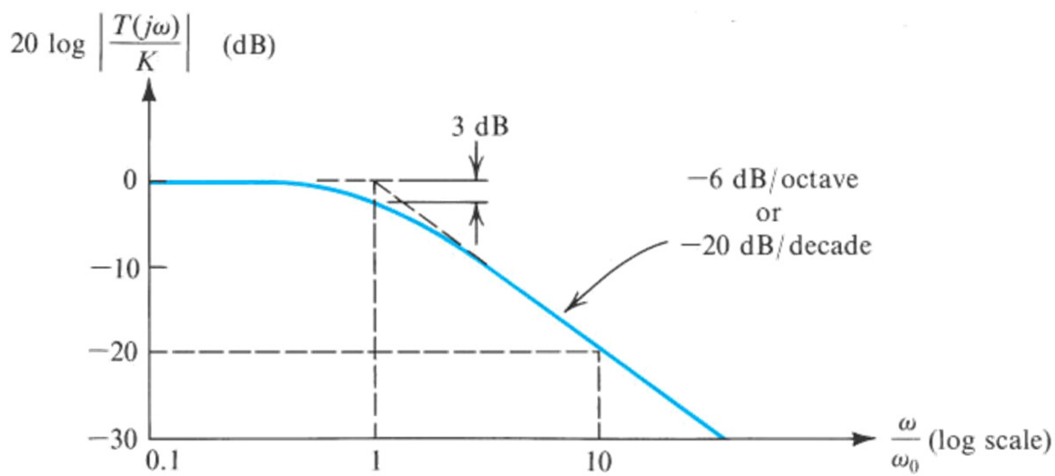
Moduo prenosne funkcije predstavlja amplitudsku karateristiku.

$$|T(j\omega)| = T_o \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}$$



Amplitudska karateristika se najčešće izražava u decibelima, odnosno u logaritamskoj razmeri.

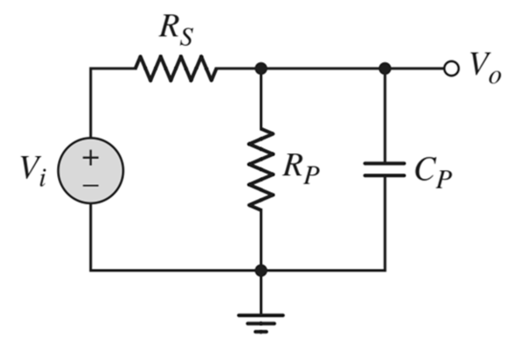
$$|T(j\omega)|[dB] = 20 \cdot log_{10}\left[T_o \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}\right]$$



(a)

Frekvencijska analiza

$$T(j\omega) = T_o \cdot \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}}$$



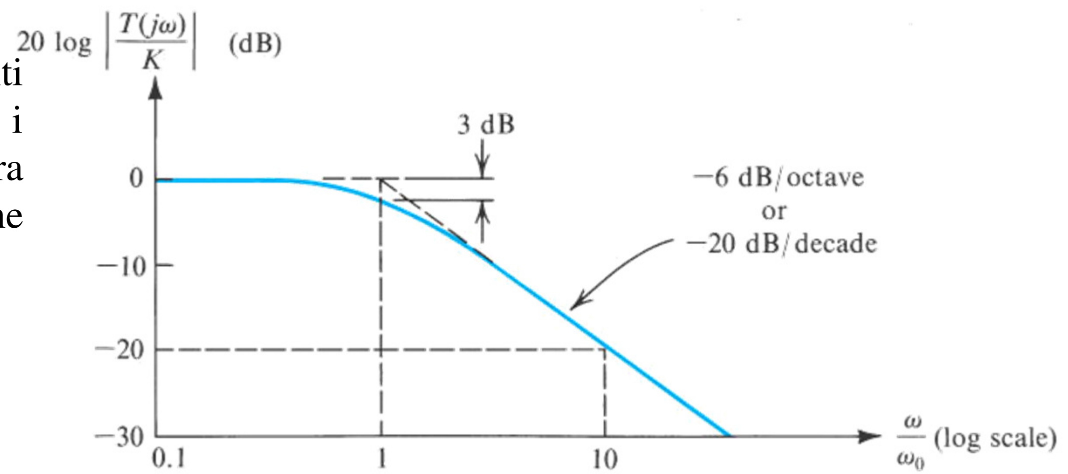
$$T_o = \frac{R_p}{R_p + R_s}$$

T_o je pojačanje na srednjim frekvencijama.

$$\omega_p = \frac{1}{\tau_p} = \frac{1}{(R_p||R_s) \cdot C_S}$$

ω_p je gornja granična frekvencija

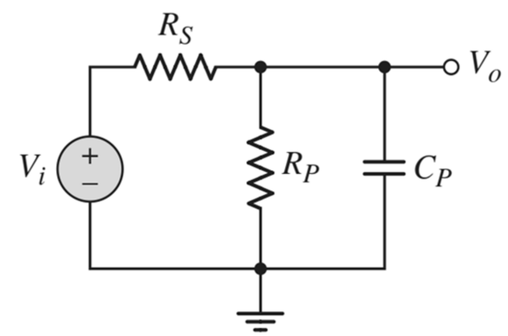
Vremenska konstanta RC kola se može direktno odrediti bez analize kola kao proizvod kapacitivnosti i ekvivalentne otpornosti između krajeva kondenzatora (kada se naponski generatori kratko spoje a strujni zamene prekidom).



(a)

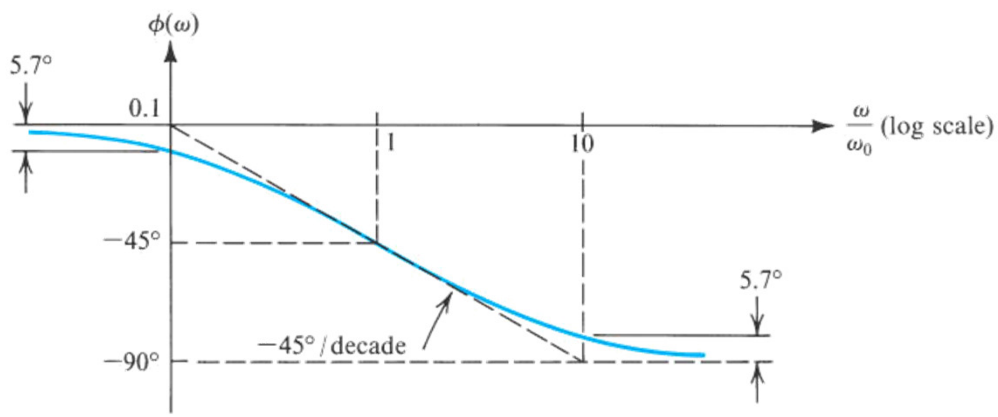
Frekvencijska analiza

$$T(j\omega) = T_o \cdot \frac{1}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}}$$



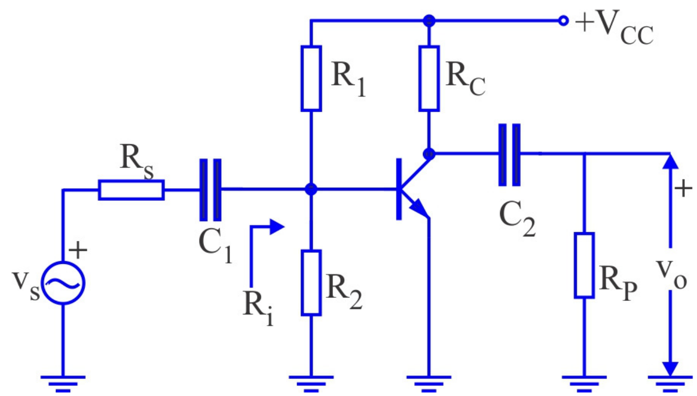
$$\arg\{T(j\omega)\} = -arg\left\{1 + j\frac{\omega}{\omega_p}\right\}$$

$$\arg\{T(j\omega)\} = -arctan\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)$$



(b)

Frekvencijska analiza

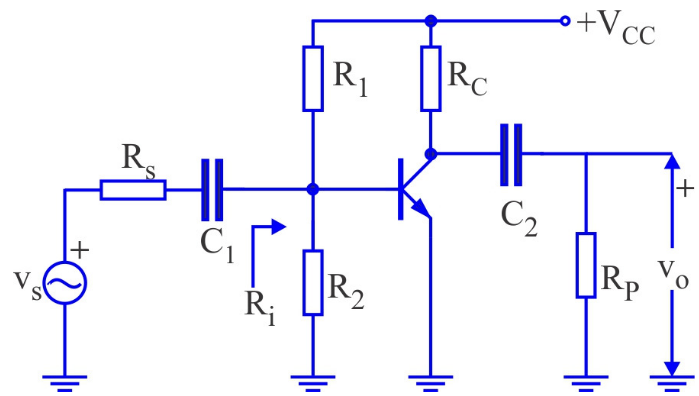


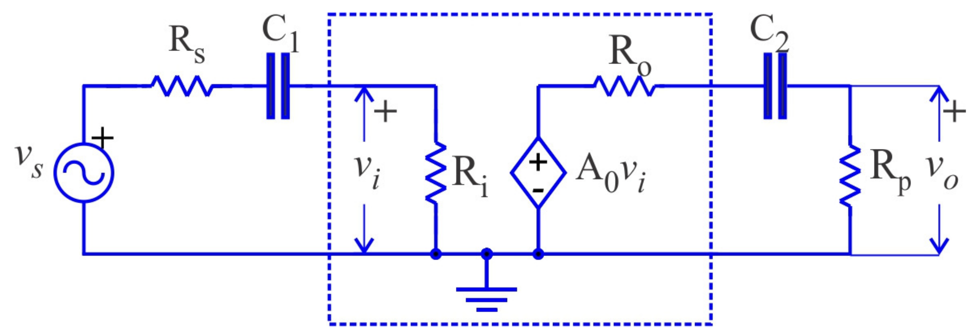
Frekvencijska analiza se može značajno pojednostaviti ukoliko se umesto analize kompletnog kola razmatraju tri frekvencijska opsega odvojeno. Neophodan preduslov za taj pristup je da nisko-frekvencijski opseg dovoljno udaljen od visoko-frekvencijskog opsega. U praksi je to najčešće slučaj, jer su kapacitivnosti kondenzatora za spregu znatno veće od parazitnih kapacitivnosti.

Frekvencijska analiza

Analiza kola na niskim frekvencijama

Na niskim frekvencijama se uzimaju u obzir kapacitvnosti sprežnih kondenzatora. Da bi mogli da primenimo izraze za RC kolo propusnik visokih frekvencija potrebno je odrediti ulaznu i izlaznu otpornost pojačavača.





Frekvencijska analiza

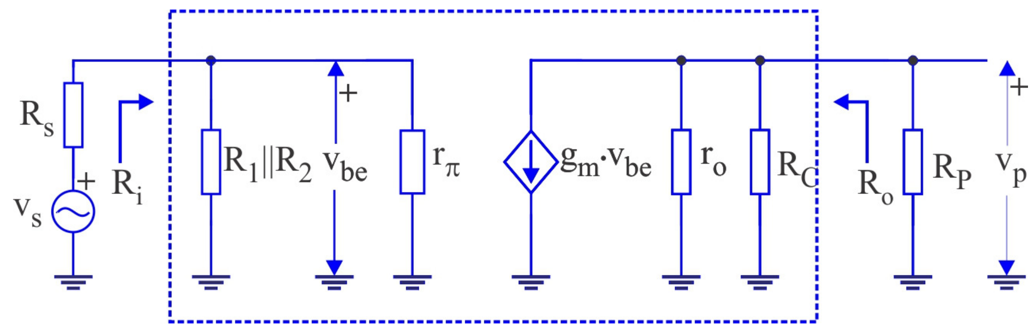
Analiza kola na niskim frekvencijama

Ulaznu otpornost Ri, izlaznu otpornost, Ro, kao i pojačanje na srednjim frekvencijama, Ao, odrećemo analizom kola za srednje frekvencije.

$$R_i = r_\pi || R_1 || R_2$$

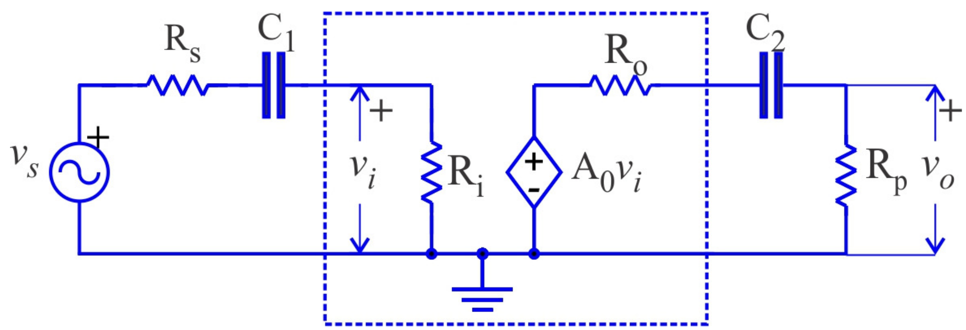
$$R_o = R_C || r_o \approx R_C$$

$$A_{sr} = -\frac{R_1 || R_2 || r_\pi}{R_s + R_1 || R_2 || r_{\pi_o}} \cdot g_m \cdot R_C || R_P$$



$\tau_1 = C_1 \cdot (R_i + R_s)$ Ulazna vremenska konstanta

$\tau_2 = C_2 \cdot (R_o + R_p)$ Izlazna vremenska konstanta



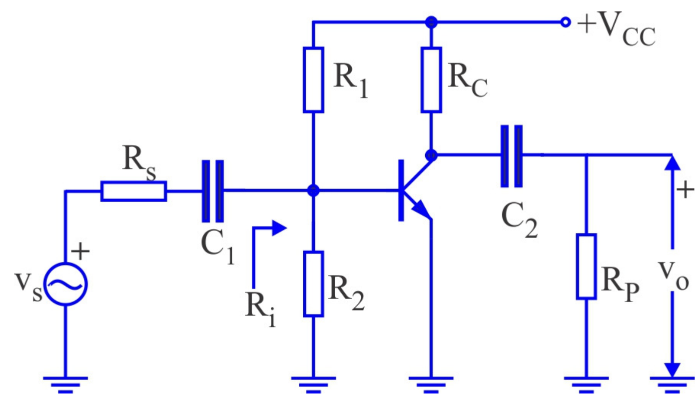
Pojačanje na niskim frekvencijama biće:

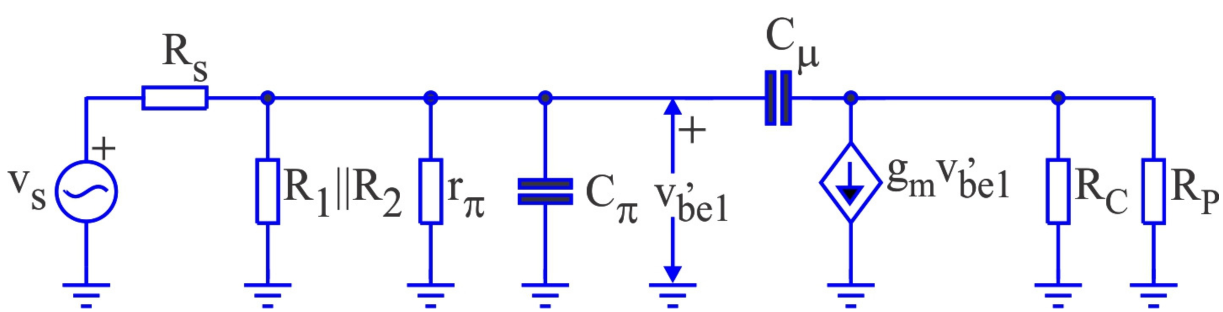
$$A(s) = A_{sr} \cdot \frac{s \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} \cdot \frac{s \cdot \tau_2}{1 + s \cdot \tau_2}$$

Frekvencijska analiza

Analiza kola na visokim frekvencijama

Na visokim frekvencijama uzimaju se u obzir parazitne kapacitivnosti tranzistora. Za analizu na visokim frekvencijama neophodno je primeniti model tranzistora za visoke frekvencije. Sprežne kapacitivnosti na visokim frekvencijama predstavljaju kratak spoj.

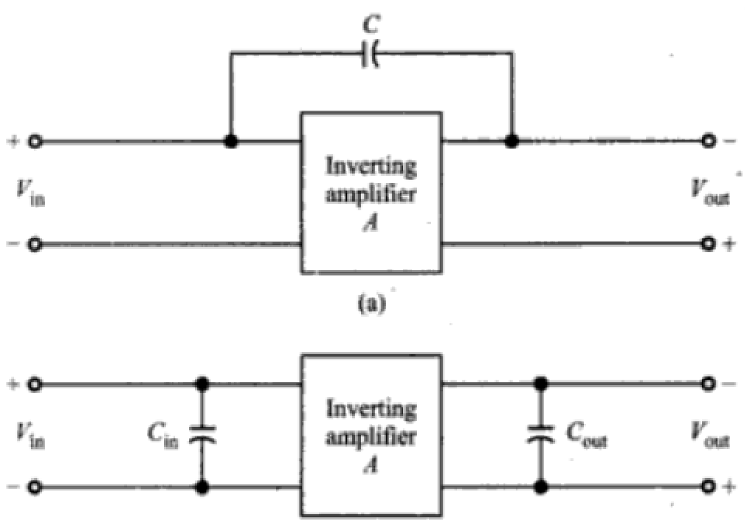




Frekvencijska analiza

Milerova kapacitivnost

Ekvivalentna kapacitivnost paralelno sa ulaznim pristupom naziva se **Milerova kapacitivnost**. Uticaj ekvivalentne kapacitivnosti na izlazu je znatno manja nego na ulazu.



$$Z_{in} = \frac{Z}{1-A}$$

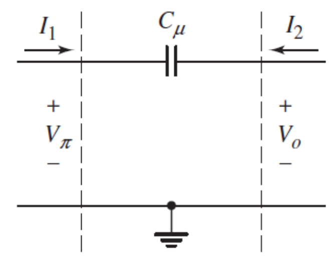
$$Y_{in} = (1-A)\cdot Y$$

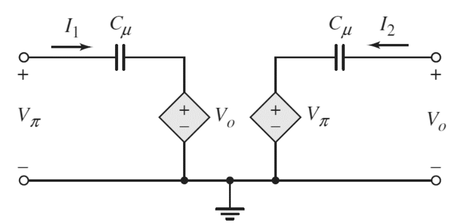
$$\boxed{C_{in} = (1-A)\cdot C}$$

$$Z_{out} = \frac{Z\cdot A}{A-1}$$

$$Y_{out} = Y\cdot\frac{A-1}{A}$$

$$\boxed{C_{out} = \frac{A-1}{A}\cdot C}$$

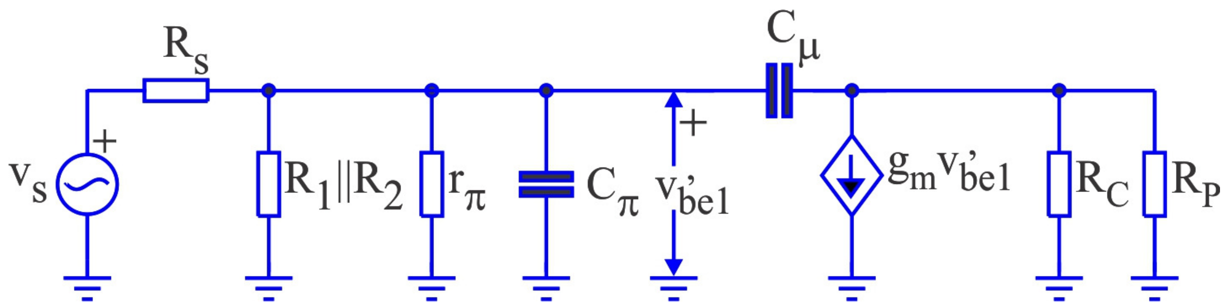




Frekvencijska analiza

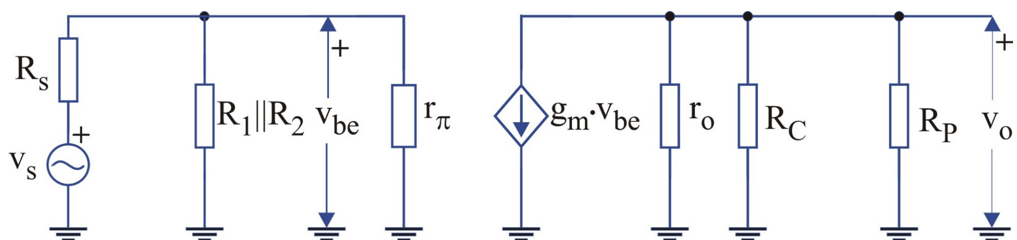
Analiza kola na visokim frekvencijama

Primenom Milerove teoreme kapacitivnost C_{μ} koja povezuje ulaz i izlaz transformiše se u dve kapacitivnosti. Jedna od te dve kapacitivnosti je paralelna sa ulaznim pristupom a druga paralelna sa izlazim pristupom.



Odnos napona na krajevima Milerove kapacitivnosti na srednjim frekvencijama je:

$$K = \frac{v_o}{v_{be}} = -g_m \cdot R_C||R_p$$



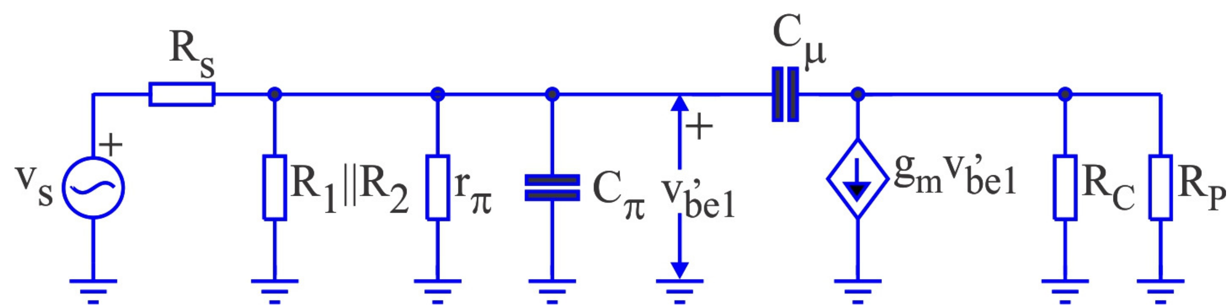
Frekvencijska analiza

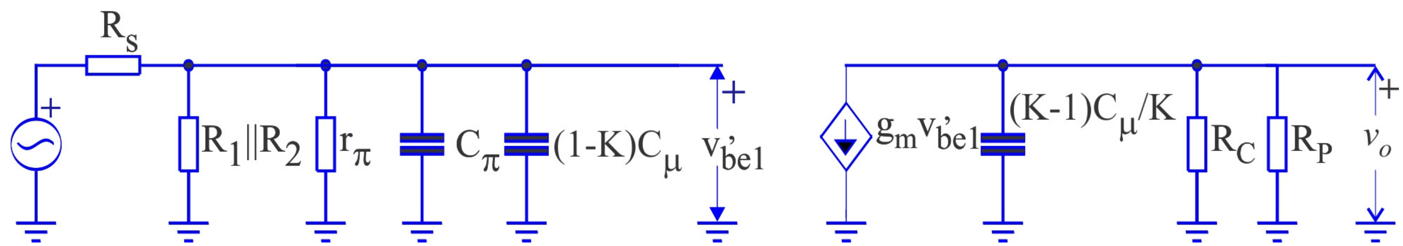
Analiza kola na visokim frekvencijama

$$K = \frac{v_o}{v_b} = -g_m \cdot R_C||R_p$$

$$C_{in} = (1-K) \cdot C$$

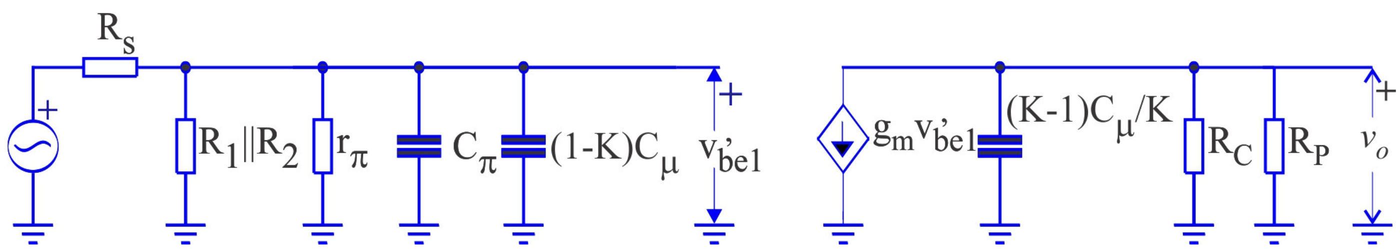
$$C_{out} = \frac{K-1}{K} \cdot C$$





Frekvencijska analiza

Analiza kola na visokim frekvencijama



$$C_3 = \left[C_\pi + C_\mu\left(1 + g_m \cdot R_C||R_p\right)\right]$$

$$R_3 = R_s||R_1||R_2||r_\pi$$

$$\tau_3 = C_3 \cdot R_3$$ Ulazna vremenska konstanta

$$C_4 = C_\mu \cdot \frac{\left(1 + g_m \cdot R_C||R_p\right)}{g_m \cdot R_C||R_p} \approx C_\mu$$

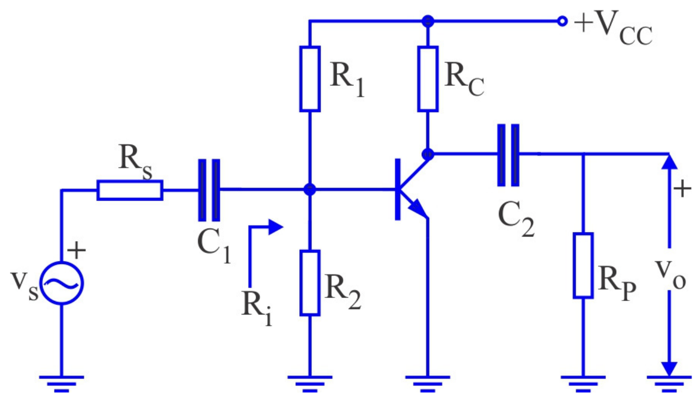
$$R_3 = R_C||R_P$$

$$\tau_4 = C_4 \cdot R_4$$ Izlazna vremenska konstanta

$$A_{sr} = -\frac{R_1||R_2||r_\pi}{R_s + R_1||R_2||r_{\pi o}} \cdot g_m \cdot R_C||R_P$$ Naponsko pojačanje na srednjim frekvencijama

$$A(s) = A_{sr} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_3} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_4}$$ Naponsko pojačanje na visokim frekvencijama

Frekvencijska analiza



Anlitički izraz za naponsko pojačanje na svim frekvecnijama može se izvesti ukoliko su poznate frekvencije polova i nula, za nisko-frekvencijski i visoko-frekvencijski opseg. Na ovaj način dobija se prenosna funkcija u faktorizovanom obliku što omogućava bolji uvid u frekvencijsku karakteristku pojačavača.

$$A(s) = A_{sr} \cdot \frac{s \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} \cdot \frac{s \cdot \tau_2}{1 + s \cdot \tau_2} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_3} \cdot \frac{1}{1 + s \cdot \tau_4}$$

Frekvencijska analiza

Frekvencijska analiza pojačavača

Elementarna pitanja

1. Amplitudska i fazna karakteristika prenosne funkcije, idealna amplitudska i idealna fazna karakteristika.

2. Prenosna funkcija linearnog kola u razvijenom i faktorizovanom obliku, nule i polovi prenosne funkcije.

3. Analiza kola na niskim, visokim i srednjim frekvencijama, granične frekvencije.

Ostala ispitna pitanja

4. **RC kolo propusnik niskih frekvencija.**
5. **RC kolo propusnik visokih frekvencija.**
6. **Pojednostavljeni hibridni pi model bipolarnog tranzistora.**
7. **Milerova kapacitivnost.**
8. **Visokofrekvencijski model MOSFET tranzistora.**
9. **Fazna i asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike prostog pola (nule) $(1+s/\omega_p)$**
10. **Fazna i asimptotska aproksimacija amplitudske karakteristike konjugovano kompleksnog para polova (nula)** $\left(1+\frac{s}{\omega_{p2}}+\frac{s^2}{\omega_{p3}^2}\right)$